

Харків  
Видавнича група «Основа»  
2015

УДК 512  
ББК 22.14  
К26

**Карпик В. В.**

**К26** Тестовий контроль. Алгебра та початки аналізу. Підготовка до ЗНО. — Х. : Изд. група «Основа», 2015. — 128 с. (Б-ка журн. «Математика в школах України»; Вип. 9 (153)).

ISBN 978-617-00-2519-7.

Пропонований посібник призначений для підготовки випускників загальноосвітніх шкіл до зовнішнього незалежного оцінювання з математики на базовому та поглибленому рівнях.

Посібник укладений відповідно до чинної програми з математики та ЗНО-2015.

Для вчителів загальноосвітніх шкіл.

УДК 512  
ББК 22.14

*Навчальне видання*

Бібліотека журналу «Математика в школах України»  
Випуск 9 (153)

КАРПІК Вадим Віталійович

## **ТЕСТОВИЙ КОНТРОЛЬ. АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ. ПІДГОТОВКА ДО ЗНО**

Навчально-методичний посібник

Головний редактор *І. С. Маркова*

Редактор *Г. О. Новак*

Коректор *О. М. Журенко*

Комп'ютерне верстання *О. В. Лебедева*

Підп. до друку 11.09.2015. Формат 60×90/16. Папір офсет.

Гарнітура Шкільна. Друк офсет. Ум. друк. арк. 8,0. Зам. № 15-09/14-04.

ТОВ «Видавнича група «Основа»».

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи КВ № 11392–265Р від 25.07.2007.

Україна, 61001 Харків, вул. Плеханівська, 66.

Тел. (057) 731-96-32. E-mail: math@osnova.com.ua

Віддруковано з готових плівок ТОВ «Тріада Принт»

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1870 від 16.07.2007.

Харків, вул. Киргизька, 19. Тел.: (057) 757-98-16, 757-98-15.

ISBN 978-617-00-2519-7

© Карпик В. В., 2015

© ООО «Издательская группа «Основа»», 2015

# ЗМІСТ

|   |     |
|---|-----|
| <b>Передмова</b> .....  | 4   |
| <b>Розділ 1. Числа і вирази</b> .....   | 7   |
| Тест 1. Дійсні числа. Числові множини. Раціональні вирази та їх перетворення .....                          | 7   |
| Тест 2. Ірраціональні вирази та їх перетворення .....   | 12  |
| Тест 3. Тригонометричні вирази та їх перетворення ....  | 17  |
| Тест 4. Логарифмічні вирази та їх перетворення .....  | 22  |
| Тест 5. Відсотки. Відсоткові розрахунки .....   | 27  |
| <b>Розділ 2. Рівняння, нерівності та їх системи</b> .....   | 34  |
| Тест 1. Раціональні рівняння, нерівності та їх системи .....  | 34  |
| Тест 2. Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи .....  | 39  |
| Тест 3. Тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи .....  | 45  |
| Тест 4. Показникові рівняння, нерівності та їх системи .....  | 51  |
| Тест 5. Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи .....   | 56  |
| Тест 6. Текстові задачі .....   | 62  |
| <b>Розділ 3. Функції</b> .....  | 68  |
| Тест 1. Функції, їх властивості .....   | 68  |
| Тест 2. Числові послідовності. Арифметична і геометрична прогресії .....                                    | 75  |
| Тест 3. Похідна та її застосування .....  | 80  |
| Тест 4. Інтеграл та його застосування .....   | 86  |
| <b>Розділ 4. Розділ 4. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики</b> ..... | 93  |
| Тест 1. Елементи комбінаторики .....  | 93  |
| Тест 2. Початки теорії ймовірностей та елементи статистики .....  | 98  |
| <b>Відповіді та розв'язання до завдань</b> .....  | 104 |
| Розділ 1. Числа і вирази .....  | 104 |
| Розділ 2. Рівняння, нерівності та їх системи .....  | 111 |
| Розділ 3. Функції .....   | 121 |
| Розділ 4. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики .....                  | 127 |

## ПЕРЕДМОВА

Пропонований посібник призначений для підготовки випускників загальноосвітніх шкіл до зовнішнього незалежного оцінювання з математики на базовому та поглибленому рівнях.

Посібник укладений відповідно до чинної програми з математики та ЗНО-2015.

Посібник містить 25 дворівневих міні-тестів за всіма темами курсу математики у двох рівноцінних варіантах і 2 тести у форматі ЗНО-2015. Кожна робота складаються із завдань чотирьох різних форм:

- ✓ завдання з вибором однієї правильної відповіді;
- ✓ завдання на встановлення відповідності (логічні пари);
- ✓ завдання відкритої форми з короткою відповіддю;
- ✓ завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю.

Крім того, серед завдань відкритої форми є структуровані завдання.

До всіх завдань наведено відповіді.

Виконання одного варіанта міні-тесту базового рівня (завдання 1–10) розраховане орієнтовно на 45 хвилин, одного варіанта міні-тесту поглибленого рівня (завдання 1–12, 10 завдань базового рівня і 2 завдання поглибленого рівня) — орієнтовно на 70–75 хвилин, підсумкового тесту базового рівня (30 завдань) — на 130 хвилин, а підсумкового тесту поглибленого рівня (36 завдань, 30 завдань тесту базового рівня та 6 завдань — поглибленого рівня) — на 210 хвилин (130 хвилин на виконання завдань базового рівня та 80 хвилин на виконання завдань поглибленого рівня).

Перед виконанням кожного міні-тесту учні повинні систематизувати та узагальнити відповідний теоретичний матеріал, виконати типові завдання.

Схему оцінювання міні-тестів базового рівня наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

| Номери завдань | Кількість балів | Усього  |
|----------------|-----------------|---------|
| 1–6            | по 1 балу       | 6 балів |
| 7              | 4 бали          | 4 бали  |

| Номери завдань | Кількість балів | Усього   |
|----------------|-----------------|----------|
| 8.1, 8.2       | по 1 балу       | 2 бали   |
| 9, 10          | по 2 бали       | 4 балів  |
| Усього балів   |                 | 16 балів |

Відповідність кількості набраних балів учнем, який виконував міні-тест базового рівня, оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 2.

Таблиця 2

| Кількість набраних балів                 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6, 7 | 8, 9 | 10, 11 | 12, 13 | 14 | 15 | 16 |
|--|---|---|---|---|---|------|------|--------|--------|----|----|----|
| Оцінка за 12-бальною системою оцінювання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6    | 7    | 8      | 9      | 10 | 11 | 12 |

Схему оцінювання міні-тестів поглибленого рівня наведено в таблиці 3.

Таблиця 3

| Номери завдань | Кількість балів | Усього  |
|----------------|-----------------|---------|
| 1–6            | по 1 балу       | 6 балів |
| 7              | 4 бали          | 4 бали  |
| 8.1, 8.2       | по 1 балу       | 2 бали  |
| 9–11           | по 2 бали       | 6 балів |
| 12             | 4 бали          | 4 бали  |
| Усього балів   |                 | 22 бали |

Відповідність кількості набраних балів учнем, який виконував міні-тест поглибленого рівня, оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 4.

Таблиця 4

| Кількість набраних балів                 | 1 | 2, 3 | 4, 5 | 6, 7 | 8, 9 | 10, 11 | 12, 13 | 14, 15 | 16, 17 | 18, 19 | 20, 21 | 22 |
|--|---|------|------|------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|
| Оцінка за 12-бальною системою оцінювання | 1 | 2    | 3    | 4    | 5    | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12 |

Схему оцінювання підсумкового тесту базового рівня наведено в таблиці 5.

Таблиця 5

| Номери завдань         | Кількість балів | Усього   |
|------------------------|-----------------|----------|
| 1–20                   | по 1 балу       | 20 балів |
| 21 – 24                | по 4 бали       | 16 балів |
| 25.1, 25.2, 26.1, 26.2 | по 1 балу       | 4 бали   |
| 27–30                  | по 2 бали       | 8 балів  |
| Усього балів           |                 | 48 балів |

Схему оцінювання підсумкового тесту поглибленого рівня наведено в таблиці 6.

Таблиця 6

| Номери завдань         | Кількість балів | Усього   |
|------------------------|-----------------|----------|
| 1–20                   | по 1 балу       | 20 балів |
| 21–24                  | по 4 бали       | 16 балів |
| 25.1, 25.2, 26.1, 26.2 | по 1 балу       | 4 бали   |
| 27–34                  | по 2 бали       | 16 балів |
| 35                     | 4 бали          | 4 бали   |
| 36                     | 6 балів         | 6 балів  |
| Усього балів           |                 | 66 балів |

# РОЗДІЛ 1. ЧИСЛА І ВИРАЗИ

## ТЕСТ 1

Дійсні числа. Числові множини. Раціональні вирази та їх перетворення

Варіант 1

*Базовий рівень*

*Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.*

1. Укажіть число, яке ділиться націло на 3.

| А   | Б   | В   | Г   | Д   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 517 | 311 | 613 | 975 | 119 |

2. Серед наведених дробів укажіть **НАЙМЕНШИЙ**.

| А              | Б              | В              | Г              | Д              |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{11}$ | $\frac{2}{33}$ | $\frac{2}{11}$ | $\frac{3}{22}$ | $\frac{1}{22}$ |

3. Обчисліть:  $-\frac{2}{9} \cdot 18 - 1$ .

| А  | Б  | В   | Г  | Д |
|----|----|-----|----|---|
| -3 | -5 | -19 | 19 | 5 |

4. Спростіть вираз  $(a^9)^6 : a^{-3}$ .

| А        | Б         | В        | Г        | Д        |
|----------|-----------|----------|----------|----------|
| $a^{-5}$ | $a^{-18}$ | $a^{51}$ | $a^{57}$ | $a^{12}$ |

5. Скоротіть дріб  $\frac{6x^2 - 24}{3x - 6}$ .

| А        | Б                 | В        | Г                 | Д        |
|----------|-------------------|----------|-------------------|----------|
| $2x - 2$ | $\frac{2}{x - 2}$ | $2x - 4$ | $\frac{2}{x + 2}$ | $2x + 4$ |

6. Для подарунків дітям придбали 80 цукерок і 48 апельсинів. Яку **НАЙБІЛЬШУ** кількість однакових подарунків можна скласти з цих цукерок і апельсинів так, щоб використати всі цукерки і апельсини та щоб кожен подарунок містив і цукерки, і апельсини?

| А | Б | В | Г  | Д  |
|---|---|---|----|----|
| 2 | 4 | 8 | 16 | 24 |

*Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).*

7. Установіть відповідність між числом (1–4) та множиною, до якої воно належить (А–Д).

|   |                 |   |  |
|---|-----------------|---|--|
| 1 | 41              | А | Множина раціональних чисел, що не є цілими числами |
| 2 | $\sqrt{14}$     | Б | Множина простих чисел                              |
| 3 | $-6^3$          | В | Множина парних натуральних чисел                   |
| 4 | $\frac{16}{17}$ | Г | Множина ірраціональних чисел                       |
|   |                 | Д | Множина цілих чисел, що не є натуральними числами  |

*Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

8. Відомо, що  $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ .

1. Знайдіть  $\frac{75}{a} \cdot \frac{b}{50}$ .

2. Знайдіть  $\frac{2b - 1}{a} - \frac{5b - 4}{4a}$ .



9. Обчисліть:  $\frac{5^{-1}}{5^{-2} \cdot 125}$ .

10. Обчисліть значення виразу

$$\left( \frac{a+3}{a-3} - \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{3a^2}{8a^2-72}$$

при  $a = -\frac{2}{9}$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть **НАЙМЕНШЕ** значення виразу  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$x^2 + 3xy - 28y^2 = 0.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях змінної  $a$  значення виразу

$$\frac{a^2 + 2a + 4}{a^2 + 2a} : \left( \frac{a-2}{2a+4} - \frac{a+2}{a^2-2a} - \frac{3a+2}{4-a^2} \right)$$

є натуральним числом. Знайдіть множину допустимих значень змінної  $a$ .

### Варіант 2

#### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Укажіть число, яке ділиться націло на 9.

| А   | Б   | В   | Г   | Д   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 222 | 509 | 129 | 991 | 378 |

2. Серед наведених дробів укажіть **НАЙБІЛЬШИЙ**.

| А              | Б              | В              | Г              | Д              |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{13}$ | $\frac{3}{26}$ | $\frac{2}{13}$ | $\frac{5}{26}$ | $\frac{7}{52}$ |

3. Обчисліть:  $-14 \cdot \frac{4}{7} + 1$ .

| А  | Б  | В   | Г  | Д |
|----|----|-----|----|---|
| -7 | -5 | -13 | 13 | 3 |

4. Спростіть вираз  $(a^4)^8 : a^{-2}$ .

| А        | Б        | В        | Г        | Д         |
|----------|----------|----------|----------|-----------|
| $a^{-6}$ | $a^{30}$ | $a^{34}$ | $a^{14}$ | $a^{-16}$ |

5. Скоротіть дріб  $\frac{18x+54}{2x^2-18}$ .

| А               | Б               | В       | Г      | Д       |
|-----------------|-----------------|---------|--------|---------|
| $\frac{9}{x+3}$ | $\frac{9}{x-3}$ | $9x+27$ | $9x-3$ | $9x-27$ |

6. Для подарунків учням придбали 90 зошитів і 54 ручки. Яку **НАЙБІЛЬШУ** кількість однакових подарунків можна скласти з цих зошитів і ручок так, щоб використати всі зошити і ручки та щоб кожен подарунок містив і зошити, і ручки?

| А | Б | В | Г  | Д  |
|---|---|---|----|----|
| 3 | 6 | 9 | 18 | 27 |

*Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).*

7. Установіть відповідність між числом (1–4) та множиною, до якої воно належить (А–Д).

|   |                 |   |  |
|---|-----------------|---|--|
| 1 | 51              | А | Множина ірраціональних чисел                       |
| 2 | $-\frac{18}{3}$ | Б | Множина простих чисел                              |
| 3 | $\sqrt{1000}$   | В | Множина непарних натуральних чисел                 |
| 4 | $0,2^2$         | Г | Множина цілих чисел, що не є натуральними числами  |
|   |                 | Д | Множина раціональних чисел, що не є цілими числами |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $\frac{a}{b} = \frac{2}{9}$ .

1. Знайдіть  $\frac{80}{a} \cdot \frac{b}{16}$ .

2. Знайдіть  $\frac{4b-21}{3a} - \frac{3b-7}{a}$ .

9. Обчисліть:  $\frac{2^{-2}}{16 \cdot 2^{-3}}$ .

10. Обчисліть значення виразу

$$\left( \frac{a-4}{a+4} - \frac{a+4}{a-4} \right) : \frac{2a^2}{3a^2-48}$$

при  $a = -\frac{3}{7}$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть **НАЙБІЛЬШЕ** значення виразу  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$14y^2 - 4x^2 = xy.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях змінної  $a$  значення виразу

$$\left( \frac{7}{a-4} - \frac{2a}{1-a} + \frac{6}{a^2-5a+4} \right) : \frac{4a^2+4a+1}{2a-8} + \frac{2a-3}{4a+2}$$

є раціональним числом. Знайдіть множину допустимих значень змінної  $a$ .

## ТЕСТ 2

### Ірраціональні вирази та їх перетворення

#### Варіант 1

#### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Укажіть вираз, що тотожно дорівнює виразу  $\sqrt[9]{a^4}$ .

| А                 | Б                 | В         | Г        | Д         |
|-------------------|-------------------|-----------|----------|-----------|
| $a^{\frac{9}{4}}$ | $a^{\frac{4}{9}}$ | $a^{9,4}$ | $a^{13}$ | $a^{4,9}$ |

2. Спростіть вираз  $x : x^{\frac{1}{3}}$ .

| А                 | Б     | В                 | Г                 | Д                 |
|-------------------|-------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $x^{\frac{1}{3}}$ | $x^3$ | $x^{\frac{1}{3}}$ | $x^{\frac{2}{3}}$ | $x^{\frac{1}{3}}$ |

3. Обчисліть:  $\sqrt{(-6)^2} + \sqrt[3]{(-4)^3}$ .

| А  | Б   | В | Г  | Д  |
|----|-----|---|----|----|
| 10 | -10 | 2 | 24 | -2 |

4. Укажіть проміжок, якому належить число  $5\sqrt{2}$ .

| А     | Б     | В     | Г     | Д     |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (4;5) | (5;6) | (6;7) | (7;8) | (8;9) |

5. Спростіть вираз  $\sqrt{a^2} - \sqrt[3]{(a-9)^3}$ , якщо  $a < 0$ .

| А  | Б | В     | Г    | Д    |
|----|---|-------|------|------|
| -9 | 9 | -2a-9 | 2a-9 | 9-2a |

6. Спростіть вираз  $\frac{x - 6x^{\frac{1}{2}} + 9}{x - 9}$ .

| А                  | Б                     | В   | Г   | Д                               |
|--------------------|-----------------------|---|---|---------------------------------|
| $6x^{\frac{1}{2}}$ | $x^{\frac{1}{2}} - 3$ | $\frac{x^{\frac{1}{2}} - 3}{x^{\frac{1}{2}} + 3}$ | $\frac{x^{\frac{1}{2}} + 3}{x^{\frac{1}{2}} - 3}$ | $\frac{1}{x^{\frac{1}{2}} - 3}$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між виразами (1-4) і виразами, що їм тотожно дорівнюють (А-Д), якщо  $x > 0$ .

|   |  |   |                 |
|---|--|---|-----------------|
| 1 | $x^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x}$                    | А | $\sqrt[3]{x}$   |
| 2 | $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$                 | Б | $\sqrt[3]{x^2}$ |
| 3 | $\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}}$                          | В | $\sqrt[6]{x}$   |
| 4 | $\frac{x^{1.5} \cdot x^{-0.5}}{x^{\frac{2}{3}}}$ | Г | $\sqrt[6]{x^5}$ |
|   |  | Д | $\sqrt[9]{x}$   |

Розв'яжіть завдання 8-10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $a = \frac{1}{\sqrt{5}+1}$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt{5}-1}$ .

1. Знайдіть значення виразу  $a - b$ .

2. Знайдіть значення виразу  $\frac{25^a}{25^b}$ .

9. Обчисліть:  $\frac{\sqrt[3]{56}}{\sqrt[3]{-7}} \cdot \frac{1}{25^{\frac{3}{2}}}$ .

10. Знайдіть значення виразу

$$\sqrt{36x^2 - 12x + 1} + (\sqrt{6x} - 4)(\sqrt{6x} + 4)$$

при  $x = 0,14$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Обчисліть:  $\frac{\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{67 + 12\sqrt{7}}}{\sqrt{175}}$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях змінної  $a$  значення виразу

$$\frac{\left( (\sqrt[4]{2a} + \sqrt[4]{3})^2 - (\sqrt[4]{2a} - \sqrt[4]{3})^2 \right)^2 - 32a - 12}{8a - 3} + \frac{\sqrt{200a} - \sqrt{27}}{2(2a)^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}}$$

є натуральним числом.

## Варіант 2

### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Укажіть вираз, що тотожно дорівнює виразу  $\sqrt[7]{a^5}$ .

| А         | Б         | В        | Г                 | Д                 |
|-----------|-----------|----------|-------------------|-------------------|
| $a^{7,5}$ | $a^{5,7}$ | $a^{14}$ | $a^{\frac{5}{7}}$ | $a^{\frac{7}{5}}$ |

2. Спростіть вираз  $x : x^{\frac{3}{4}}$ .

| А                 | Б                 | В                 | Г                 | Д                  |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| $x^{\frac{1}{4}}$ | $x^{\frac{3}{4}}$ | $x^{\frac{4}{3}}$ | $x^{\frac{7}{4}}$ | $x^{-\frac{3}{4}}$ |

3. Обчисліть:  $\sqrt[5]{(-8)^5} + \sqrt{(-3)^2}$ .

| А  | Б  | В   | Г | Д  |
|----|----|-----|---|----|
| 46 | 11 | -11 | 5 | -5 |

4. Укажіть проміжок, якому належить число  $6\sqrt{3}$ .

| А     | Б     | В      | Г       | Д       |
|-------|-------|--------|---------|---------|
| (7;8) | (8;9) | (9;10) | (10;11) | (11;12) |

5. Спростіть вираз  $\sqrt[9]{(a+6)^9} - \sqrt{a^2}$ , якщо  $a < -6$ .

| А         | Б        | В    | Г   | Д        |
|-----------|----------|------|-----|----------|
| $-2a - 6$ | $2a + 6$ | $-6$ | $6$ | $6 - 2a$ |

6. Спростіть вираз  $\frac{x^{\frac{1}{2}} - 16}{x^{\frac{1}{2}} - 8x^{\frac{1}{4}} + 16}$ .

| А                               | Б                     | В                            | Г   | Д   |
|---------------------------------|-----------------------|------------------------------|---|---|
| $\frac{1}{x^{\frac{1}{4}} - 4}$ | $x^{\frac{1}{4}} + 4$ | $\frac{1}{8x^{\frac{1}{4}}}$ | $\frac{x^{\frac{1}{4}} + 4}{x^{\frac{1}{4}} - 4}$ | $\frac{x^{\frac{1}{4}} - 4}{x^{\frac{1}{4}} + 4}$ |

*Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).*

7. Установіть відповідність між виразами (1–4) і виразами, що їм тотожно дорівнюють (А–Д), якщо  $x > 0$ .

|   |  |   |                 |
|---|--|---|-----------------|
| 1 | $\sqrt{x} \sqrt[4]{x}$                                   | А | $\sqrt{x}$      |
| 2 | $\sqrt[4]{\sqrt{x}}$                                     | Б | $\sqrt[4]{x}$   |
| 3 | $\frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{1}{4}}}$                       | В | $\sqrt[4]{x^3}$ |
| 4 | $\frac{x^{\frac{1}{6}}}{x^{0,2} \cdot x^{\frac{8}{15}}}$ | Г | $\sqrt[6]{x}$   |
|   |  | Д | $\sqrt[8]{x}$   |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $a = \frac{1}{\sqrt{17+3}}$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt{17-3}}$ .

1. Знайдіть значення виразу  $a - b$ .

2. Знайдіть значення виразу  $\frac{16^a}{16^b}$ .

9. Обчисліть:  $\frac{\sqrt[3]{-320}}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{1}{16^{\frac{5}{4}}}$ .

10. Знайдіть значення виразу

$$\sqrt{81x^2 - 18x + 1} - (8 - 3\sqrt{x})(8 + 3\sqrt{x})$$

при  $x = \frac{2}{19}$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Обчисліть:  $\frac{\sqrt{43+24\sqrt{3}} - \sqrt{19-8\sqrt{3}}}{\sqrt{300}}$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.



12. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях змінної  $a$  значення виразу

$$\left( \frac{12a+16}{\sqrt{144a^2-192a}} - \frac{16^{\frac{3}{4}}\sqrt{8}}{\sqrt{72a^2-96a}} \right) \cdot \left( \frac{1}{12a} - \frac{1}{9a^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{12a}}$$

є натуральним числом.

## ТЕСТ 3

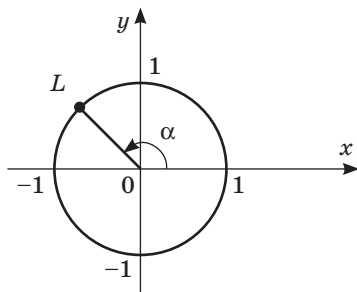
### Тригонометричні вирази та їх перетворення

#### Варіант 1

#### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. На одиничному колі зображено точку  $L\left(-\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right)$  і кут  $\alpha$  (див. рис.). Знайдіть  $\cos\alpha$ .



| А             | Б              | В                    | Г                      | Д                     |
|---------------|----------------|----------------------|------------------------|-----------------------|
| $\frac{3}{4}$ | $-\frac{3}{4}$ | $\frac{\sqrt{7}}{4}$ | $-\frac{3\sqrt{7}}{7}$ | $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ |

2. Обчисліть:  $\sin 330^\circ$ .

| А                    | Б                     | В                    | Г             | Д              |
|----------------------|-----------------------|----------------------|---------------|----------------|
| $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |

3. Спростіть вираз  $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta - \frac{1}{\cos^2 \beta}$ .

| А                            | Б                             | В                         | Г                            | Д                           |
|------------------------------|-------------------------------|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| $\operatorname{ctg}^2 \beta$ | $-\operatorname{ctg}^2 \beta$ | $-\frac{1}{\cos^2 \beta}$ | $-\operatorname{tg}^2 \beta$ | $\operatorname{tg}^2 \beta$ |

4. Спростіть вираз  $\frac{\cos(60^\circ - \beta) - \cos(60^\circ + \beta)}{\cos \beta}$ .

| А                         | Б                                   | В                          | Г                                    | Д                                  |
|---------------------------|-------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| $\operatorname{tg} \beta$ | $-\sqrt{3} \operatorname{tg} \beta$ | $\operatorname{ctg} \beta$ | $-\sqrt{3} \operatorname{ctg} \beta$ | $\sqrt{3} \operatorname{tg} \beta$ |

5. Укажіть числовий вираз, значення якого є **НАЙБІЛЬШИМ**.

| А          | Б        | В                     | Г          | Д                                  |
|------------|----------|-----------------------|------------|------------------------------------|
| $\sin \pi$ | $\cos 3$ | $\operatorname{tg} 2$ | $\sin 0,5$ | $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$ |

6. Знайдіть  $\sin \alpha$ , якщо  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$  і  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

| А              | Б                     | В             | Г                    | Д              |
|----------------|-----------------------|---------------|----------------------|----------------|
| $-\frac{3}{2}$ | $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{\sqrt{5}}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між виразами (1–4) і виразами, що їм тотожно дорівнюють (А–Д), якщо  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ .

|   |   |   |                |
|---|---|---|----------------|
| 1 | $\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha$                       | А | $\sin 4\alpha$ |
| 2 | $\sin 6\alpha \cos 2\alpha - \cos 6\alpha \sin 2\alpha$ | Б | $\cos 4\alpha$ |
| 3 | $2 \sin 4\alpha \cos 4\alpha$                           | В | 1              |
| 4 | $\frac{\sin 10\alpha - \sin 6\alpha}{2 \sin 2\alpha}$   | Г | $\sin 8\alpha$ |
|   |   | Д | $\cos 8\alpha$ |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
- Обчисліть:  $\cos \alpha$ .
  - Обчисліть:  $\cos 2\alpha$ .
9. Знайдіть значення виразу  $\frac{\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .
10. Обчисліть:  $\frac{\sin 2^\circ \sin 88^\circ}{10 \cos 86^\circ}$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть значення виразу  $\sin^4 \gamma + \cos^4 \gamma$ , якщо  $\sin 2\gamma = 0,3$ .
- Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Спростіть вираз

$$\left( \frac{1}{\cos(2\pi + 6\alpha)} - \frac{1}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 18\alpha\right)} \right) \cdot \frac{\sin(\pi - 21\alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 15\alpha\right)}{\cos^2(\pi + 6\alpha) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + 6\alpha\right)}$$

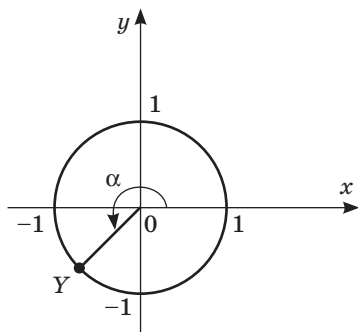
і знайдіть його значення при  $\alpha = \frac{1}{3} \arccos \frac{3}{5}$ .

### Варіант 2

#### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. На одиничному колі зображено точку  $S\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$  і кут  $\alpha$  (див. рис.). Знайдіть  $\sin \alpha$ .



| А                     | Б                    | В                    | Г                     | Д                    |
|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ | $\frac{\sqrt{6}}{3}$ |

2. Обчисліть:  $\cos 600^\circ$ .

| А                    | Б                     | В | Г             | Д              |
|----------------------|-----------------------|---|---------------|----------------|
| $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |

3. Спростіть вираз  $\sin^2 \beta - \frac{1}{\sin^2 \beta} + \cos^2 \beta$ .

| А                            | Б                             | В                         | Г                            | Д                           |
|------------------------------|-------------------------------|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| $\operatorname{ctg}^2 \beta$ | $-\operatorname{ctg}^2 \beta$ | $-\frac{1}{\sin^2 \beta}$ | $-\operatorname{tg}^2 \beta$ | $\operatorname{tg}^2 \beta$ |

4. Спростіть вираз  $\frac{\sin(30^\circ - \beta) + \sin(30^\circ + \beta)}{\sin \beta}$ .

| А                         | Б                            | В                          | Г                                   | Д                                  |
|---------------------------|------------------------------|----------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| $\operatorname{tg} \beta$ | $-c \operatorname{tg} \beta$ | $\operatorname{ctg} \beta$ | $\sqrt{3} \operatorname{ctg} \beta$ | $\sqrt{3} \operatorname{tg} \beta$ |

5. Укажіть числовий вираз, значення якого є **НАЙМЕНШИМ**.

| А                    | Б          | В                       | Г                                   | Д        |
|----------------------|------------|-------------------------|-------------------------------------|----------|
| $\cos \frac{\pi}{2}$ | $\sin 2,5$ | $\operatorname{tg} 0,5$ | $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2}$ | $\cos 4$ |

6. Знайдіть  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{2}{5}$  і  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

| А             | Б              | В             | Г                     | Д                      |
|---------------|----------------|---------------|-----------------------|------------------------|
| $\frac{3}{5}$ | $-\frac{3}{5}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{\sqrt{21}}{5}$ | $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між виразами (1–4) і виразами, що їм тотожно дорівнюють (А–Д), якщо  $0 < \alpha < \frac{\pi}{6}$ .

|   |   |   |                 |
|---|---|---|-----------------|
| 1 | $2\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$  | А | $\sin \alpha$   |
| 2 | $1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2}$  | Б | $-\sin \alpha$  |
| 3 | $\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{5\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{5\alpha}{2}$ | В | $\cos \alpha$   |
| 4 | $\frac{\cos 5\alpha - \cos \alpha}{2\sin 3\alpha}$  | Г | $-\sin 2\alpha$ |
|   |   | Д | $\cos 2\alpha$  |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

- Обчисліть:  $\sin \alpha$ .
- Обчисліть:  $\sin 2\alpha$ .
- Знайдіть значення виразу

$$\frac{3\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha},$$

якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = -4$ .

10. Обчисліть:  $\frac{9\sin 192^\circ}{\cos 6^\circ \cos 84^\circ}$ .

**Поглиблений рівень**

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть значення виразу

$$2\sqrt{5}(\sin^3 \gamma + \cos^3 \gamma),$$

якщо  $\sin 2\gamma = -0,2$ ,  $\frac{3\pi}{4} < \gamma < \pi$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Спростіть вираз

$$\left( \frac{1}{\sin(\pi - 2\alpha)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 6\alpha\right)} \right) \cdot \frac{\cos(2\pi - 8\alpha) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 4\alpha\right)}{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha\right) - \sin^2(\pi - 2\alpha)}$$

і знайдіть його значення при  $\alpha = \frac{1}{2} \arccos \frac{4}{5}$ .

**ТЕСТ 4****Логарифмічні вирази та їх перетворення****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Обчисліть:  $\log_7 \frac{1}{\sqrt{7}}$ .

| А | Б  | В                    | Г              | Д             |
|---|----|----------------------|----------------|---------------|
| 2 | -2 | $\frac{\sqrt{7}}{7}$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

2. Обчисліть:  $4^{\log_2 9}$ .

| А | Б | В  | Г | Д  |
|---|---|----|---|----|
| 3 | 9 | 18 | 2 | 81 |

3. Знайдіть  $\log_5 x$ , якщо  $\log_5 (25x) = 6$ .

| А | Б | В | Г | Д   |
|---|---|---|---|-----|
| 3 | 1 | 4 | 8 | 1,2 |

4. Знайдіть  $\log_x y^5$ , якщо  $\log_y x = 10$ .

| А             | Б   | В  | Г             | Д              |
|---------------|-----|----|---------------|----------------|
| $\frac{1}{5}$ | -50 | -2 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{50}$ |

5. Укажіть ПРАВИЛЬНУ нерівність, якщо

$$a = \log_3 5, b = \log_5 3, c = \log_3 \frac{1}{5}.$$

| А           | Б           | В           | Г           | Д           |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $c < a < b$ | $c < b < a$ | $a < b < c$ | $b < c < a$ | $b < a < c$ |

6. Обчисліть  $\log_6 \frac{a}{b}$ , якщо

$$\log_6 \sqrt[3]{\frac{b}{a}} = 9.$$

| А | Б  | В   | Г              | Д             |
|---|----|-----|----------------|---------------|
| 3 | -3 | -27 | $\frac{1}{27}$ | $\frac{1}{3}$ |

*Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).*

7. Установіть відповідність між виразами (1–4) та їх числовими значеннями (А–Д).

|   |  |   |               |
|---|--|---|---------------|
| 1 | $\log_9 \sqrt{3}$                        | А | $\frac{1}{2}$ |
| 2 | $\log_{\sqrt[3]{9}} \sqrt{3}$            | Б | $\frac{1}{4}$ |
| 3 | $\log_{3\sqrt{3}} \sqrt[4]{27}$          | В | $\frac{3}{4}$ |
| 4 | $\log_{\sqrt[4]{27}} \frac{9}{\sqrt{3}}$ | Г | 2             |
|   |  | Д | 4             |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $\log_{25} x^3 = 21$ .

1. Знайдіть  $\log_5 x$ .

2. Знайдіть  $\log_5 \frac{x^2}{3} - \log_5 \frac{x}{\sqrt{45}}$ .

9. Обчисліть:  $\frac{\log_{11} 8}{\log_{11} \sqrt[4]{2}}$ .

10. Обчисліть:  $9^{2 - \log_{\frac{1}{3}} 2} - (\sqrt{10})^{\lg 36}$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть значення виразу

$$\log_{\frac{\sqrt{x}}{y}} \frac{x^2}{y} - \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \frac{x\sqrt{x}}{y},$$

якщо  $\log_x y = 2,5$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.



## 12. Спростіть вираз

$$\frac{\sqrt{\log_{a+2}^2 p \log_{a+3} p + \log_{a+2} p \log_{a+3}^2 p}}{\log_{\frac{1}{a+2}} p \log_{\frac{1}{a+3}} p},$$

якщо  $p^2 = a^2 + 5a + 6$ ,  $a > 2$ .

## Варіант 2

## Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Обчисліть:  $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 5$ .

| А | Б  | В          | Г              | Д             |
|---|----|------------|----------------|---------------|
| 2 | -2 | $\sqrt{5}$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

2. Обчисліть:  $7^{\log_{49} 4}$ .

| А | Б | В  | Г | Д |
|---|---|----|---|---|
| 4 | 8 | 16 | 2 | 7 |

3. Знайдіть  $\log_3 x$ , якщо  $\log_3(27x) = 9$ .

| А  | Б | В | Г  | Д |
|----|---|---|----|---|
| 12 | 9 | 3 | 18 | 6 |

4. Знайдіть  $\log_x y^3$ , якщо  $\log_y x = 12$ .

| А              | Б             | В             | Г   | Д  |
|----------------|---------------|---------------|-----|----|
| $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{4}$ | -36 | -4 |

5. Укажіть ПРАВИЛЬНУ нерівність, якщо

$$a = \log_7 6, \quad b = \log_6 \frac{1}{7}, \quad c = \log_6 7.$$

| А           | Б           | В           | Г           | Д           |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $c < a < b$ | $c < b < a$ | $a < b < c$ | $b < c < a$ | $b < a < c$ |

6. Обчисліть  $\log_2 \frac{a}{b}$ , якщо  $\log_2 \sqrt[5]{\frac{b}{a}} = 20$ .

| А | Б  | В             | Г    | Д               |
|---|----|---------------|------|-----------------|
| 4 | -4 | $\frac{1}{4}$ | -100 | $\frac{1}{100}$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між виразами (1–4) та їх числовими значеннями (А–Д).

|   |   |   |                |
|---|---|---|----------------|
| 1 | $\log_8 \frac{1}{2}$                                  | А | $-\frac{1}{6}$ |
| 2 | $\log_{2\sqrt{2}} \sqrt[4]{2}$                        | Б | $-\frac{1}{3}$ |
| 3 | $\log_{\frac{1}{4}} \frac{2}{\sqrt[3]{4}}$            | В | $\frac{1}{6}$  |
| 4 | $\log_{\frac{\sqrt[3]{4}}{8}} \frac{\sqrt[6]{32}}{4}$ | Г | $\frac{1}{3}$  |
|   |   | Д | $\frac{1}{2}$  |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $\log_{81} x^5 = 15$ .

1. Знайдіть  $\log_3 x$ .

2. Знайдіть  $\log_3 \frac{x^4}{\sqrt{108}} - \log_3 \frac{x^3}{2}$ .

9. Обчисліть:  $\frac{\log_{19} \sqrt[5]{3}}{\log_{19} 81}$ .

10. Обчисліть:  $125^{\frac{1-\log_1 4}{25}} - 100^{\lg \sqrt{3}}$ .

**Поглиблений рівень**

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть значення виразу

$$\log_{\frac{x}{y^2}} \frac{x}{y\sqrt{y}} - \log_{\frac{y}{x^2}} \frac{\sqrt{x}}{y},$$

якщо  $\log_x y = 1,5$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Спростіть вираз

$$\frac{\sqrt{\log_{a+1}^2 p \log_{a+4} p + \log_{a+1} p \log_{a+4}^2 p + 4 \log_{a+1}^2 p \log_{a+4}^2 p}}{\log_{a+1} \frac{1}{p} \log_{a+4} \frac{1}{p}},$$

якщо  $p^2 = a^2 + 5a + 4$ ,  $a > 3$ .

**ТЕСТ 5****Відсотки. Відсоткові розрахунки****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Бригада трактористів повинна зорати 180 га землі. Першого дня вона зорала 30 % цього обсягу. Скільки гектарів землі зорала бригада першого дня?

| А     | Б     | В      | Г      | Д     |
|-------|-------|--------|--------|-------|
| 60 га | 54 га | 120 га | 126 га | 50 га |

2. Банк сплачує своїм вкладникам 6 % річних. Скільки грошей треба покласти в банк, щоб через рік отримати 540 грн прибутку?

| А        | Б        | В       | Г       | Д         |
|----------|----------|---------|---------|-----------|
| 9000 грн | 3240 грн | 864 грн | 900 грн | 18000 грн |

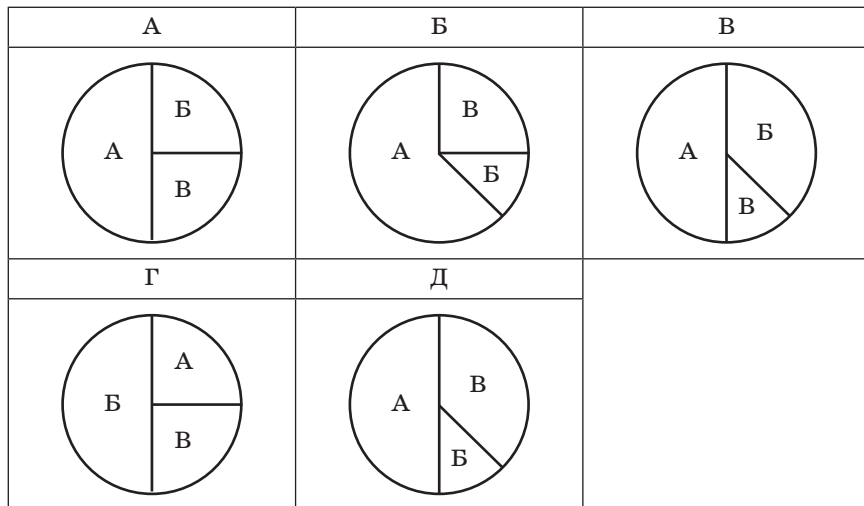
3. Скільки відсотків від доби становлять 15 год?

| А    | Б               | В    | Г      | Д    |
|------|-----------------|------|--------|------|
| 60 % | $\frac{5}{8}$ % | 15 % | 62,5 % | 16 % |

4. Товар коштував 360 грн. Через деякий час його ціна зросла на 30 %. Визначте нову ціну товару.

| А       | Б       | В        | Г       | Д        |
|---------|---------|----------|---------|----------|
| 390 грн | 468 грн | 1200 грн | 480 грн | 1080 грн |

5. Три кондитери отримали замовлення на виготовлення тортів. Перший виготовив 50 % усіх тортів, другий — 50 % від четвертої частини всіх тортів, а третій — решту тортів. Укажіть діаграму, на якій ПРАВИЛЬНО подано розподіл тортів, що виготовили кондитери.



А — кількість тортів, виготовлених першим кондитером;

Б — кількість тортів, виготовлених другим кондитером;

В — кількість тортів, виготовлених третім кондитером.

6. Ринкова ціна моркви спочатку підвищилась на 10 %, а потім знизилась на 40 %. Як змінилася ціна моркви порівняно з початковою?

| А                 | Б                | В                | Г                 | Д                   |
|-------------------|------------------|------------------|-------------------|---------------------|
| Знизилась на 30 % | Знизилась на 3 % | Знизилась на 3 % | Знизилась на 34 % | Підвищилась на 34 % |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між задачами (1–4) і твердженнями (А–Д), які є відповідями до цих задач.

|   |  |   |         |
|---|--|---|---------|
| 1 | Вартість деякого товару зросла з 200 грн до 320 грн. На скільки відсотків від початкової ціни зросла ціна цього товару?  | А | На 30 % |
| 2 | Ціну деякого товару підвищили в 1,4 рази. На скільки відсотків підвищили початкову ціну товару?  | Б | На 36 % |
| 3 | Ціну деякого товару знизили спочатку удвічі, а потім одержану ціну знизили в 2,5 рази. На скільки відсотків знизили початкову ціну товару?                                   | В | На 40 % |
| 4 | Ціна деякого товару після двох послідовних підвищень зросла на 56 %, причому першого разу ціну було підвищено на 20 %. На скільки відсотків відбулося друге підвищення ціни? | Г | На 60 % |
|   |  | Д | На 80 % |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

- Вартість костюма підвищили на 60 %, після чого костюм став коштувати 864 грн.
- Знайдіть початкову вартість костюма (у грн).
- Скільки відсотків становить початкова вартість костюма від його вартості після підвищення ціни?
- Для додатних чисел  $x$  і  $y$  виконується рівність  $2x = 5y$ . На скільки відсотків число  $x$  більше за число  $y$ ?
- Змішали 35 %-ий розчин соляної кислоти з 10 %-им і отримали 630 г 20 %-го розчину. Скільки грамів взяли 35 %-го розчину?

**Поглиблений рівень**

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. Вкладник поклав до банку 8000 грн під певний відсоток річних. Через рік із рахунку він зняв 1040 грн. Ще через рік на рахунку стало 8208 грн. Скільки відсотків нараховує банк за рік?

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. Є два злитки золота зі сріблом. Відсотковий уміст золота в першому злитку вдвічі більший, ніж відсотковий уміст золота в другому злитку. Якщо сплавити обидва злитки, до дістанемо злиток, у якому 30 % золота. У скільки разів маса першого злитка більша за масу другого злитка, коли відомо, що в результаті сплавлення рівних за масою частин першого і другого злитків дістанемо злиток, у якому міститься 25 % золота?

**Варіант 2****Базовий рівень**

*Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.*

1. Бригада робітників мала виготовити 160 деталей. Першого дня вона виготовила 40 % цього обсягу. Скільки деталей виготовила бригада першого дня?

| А         | Б           | В          | Г          | Д          |
|-----------|-------------|------------|------------|------------|
| 64 деталі | 140 деталей | 96 деталей | 40 деталей | 60 деталей |

2. Банк сплачує своїм вкладникам 8 % річних. Скільки грошей треба покласти в банк, щоб через рік отримати 560 грн прибутку?

| А        | Б          | В        | Г        | Д       |
|----------|------------|----------|----------|---------|
| 4480 грн | 14 000 грн | 1008 грн | 7000 грн | 700 грн |

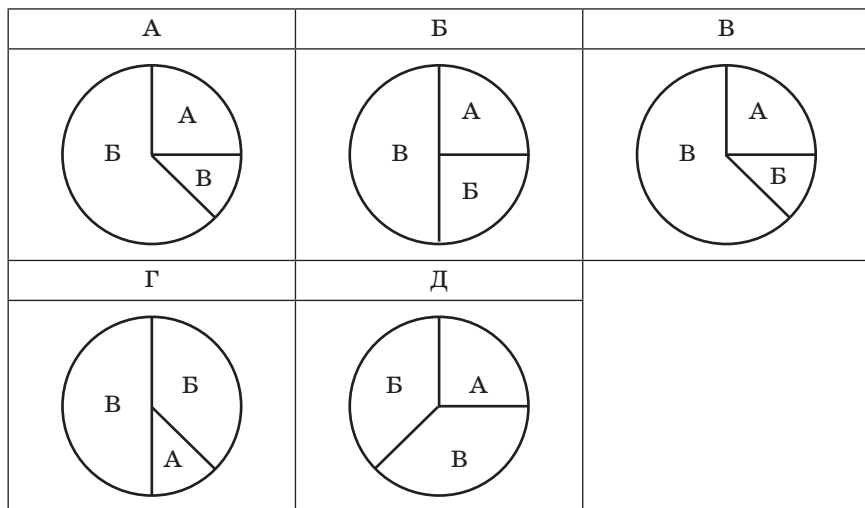
3. Скільки відсотків від хвилини становлять 48 с?

| А                | Б    | В    | Г      | Д    |
|------------------|------|------|--------|------|
| $\frac{4}{5} \%$ | 80 % | 48 % | 12,5 % | 25 % |

4. Товар коштував 420 грн. Через деякий час його ціна знизилася на 20 %. Визначте нову ціну товару.

| А       | Б      | В       | Г       | Д       |
|---------|--------|---------|---------|---------|
| 210 грн | 84 грн | 400 грн | 399 грн | 336 грн |

5. Три вантажних автомобілі вивезли всю картоплю, що була на базі. Перший автомобіль вивіз 25 % усієї картоплі, другий — шосту частину від 75 % усієї картоплі, а третій — решту картоплі. Укажіть діаграму, на якій ПРАВИЛЬНО показано розподіл кількості картоплі, що вивезли вантажні автомобілі.



А — кількість картоплі, яку вивіз перший автомобіль;

Б — кількість картоплі, яку вивіз другий автомобіль;

В — кількість картоплі, яку вивіз третій автомобіль.

6. Ринкова ціна груш спочатку знизилась на 30 %, а потім підвищилась на 20 %. Як змінилася ціна груш порівняно з початковою?

| А                 | Б                 | В                | Г                   | Д                 |
|-------------------|-------------------|------------------|---------------------|-------------------|
| Знизилась на 10 % | Знизилась на 10 % | Знизилась на 1 % | Підвищилась на 16 % | Знизилась на 16 % |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між задачами (1–4) і твердженнями (А–Д), які є відповідями до цих задач.

|   |  |   |          |
|---|--|---|----------|
| 1 | Ціну деякого товару знизили в 2,5 рази. На скільки відсотків знизили початкову ціну товару?  | А | На 60 %  |
| 2 | Ціну деякого товару підвищили спочатку удвічі, а потім одержану ціну підвищили в 1,5 рази. На скільки відсотків підвищили початкову ціну товару?                         | Б | На 70 %  |
| 3 | Вартість деякого товару знизилась із 450 грн до 135 грн. На скільки відсотків знизилася вартість товару?   | В | На 76 %  |
| 4 | Ціна деякого товару після двох послідовних знижень знизилася на 81 %, причому першого разу ціну було знижено на 5 %. На скільки відсотків відбулося друге зниження ціни? | Г | На 80 %  |
|   |  | Д | На 200 % |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

- Вартість стола знизили на 20 %, після чого стіл став коштувати 816 грн.
- Знайдіть початкову вартість стола (у грн).
- Скільки відсотків становить початкова вартість стола від його вартості після зниження ціни?
- Для додатних чисел  $x$  і  $y$  виконується рівність  $9x = 4y$ . На скільки відсотків число  $y$  більше за число  $x$ ?
- Змішали 40 % -ий розчин кислоти з 20 % -им і отримали 840 г 25 % -го розчину. Скільки грамів взяли 20 % -го розчину?



**Поглиблений рівень**

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

- 11.** Вкладник поклав до банку 9000 грн під певний відсоток річних. Через рік із рахунку він зняв 1710 грн. Ще через рік на рахунку стало 8829 грн. Скільки відсотків нараховує банк за рік?

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

- 12.** Є два злитки золота зі сріблом. Відсотковий уміст золота в першому злитку втричі більший, ніж відсотковий уміст золота в другому злитку. Якщо сплавити обидва злитки, до дістанемо злиток, у якому 50 % золота. У скільки разів маса першого злитка більша за масу другого злитка, коли відомо, що в результаті сплавлення рівних за масою частин першого і другого злитків дістанемо злиток, у якому міститься 40 % золота?

## РОЗДІЛ 2. РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ

### ТЕСТ 1

#### Раціональні рівняння, нерівності та їх системи

##### Варіант 1

##### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння  $3x = 6x$ .

| А             | Б | В | Г | Д  |
|---------------|---|---|---|----|
| Коренів немає | 0 | 2 | 3 | -2 |

2. Знайдіть СУМУ коренів рівняння  $3x^2 + 2x - 9 = 0$ .

| А | Б  | В  | Г             | Д              |
|---|----|----|---------------|----------------|
| 2 | -2 | -3 | $\frac{2}{3}$ | $-\frac{2}{3}$ |

3. Яке з наведених рівнянь НЕ має коренів?

| А             | Б                 | В                     | Г                     | Д                       |
|---------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|
| $x + 3x = 4x$ | $x^2 + x - 1 = 0$ | $\frac{x-6}{x-6} = 1$ | $\frac{x+6}{x+6} = 6$ | $\frac{x^2-4}{x-2} = 0$ |

4. Розв'яжіть нерівність  $x \cdot \cos 91^\circ < \cos 91^\circ$ .

| А              | Б              | В              | Г                           | Д              |
|----------------|----------------|----------------|-----------------------------|----------------|
| $(-\infty; 0)$ | $(0; +\infty)$ | $(1; +\infty)$ | $(-\infty; 2\cos 91^\circ)$ | $(-\infty; 1)$ |

5. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x-8}{x+18} < 0$ .

| А              | Б                                  | В          | Г              | Д          |
|----------------|------------------------------------|------------|----------------|------------|
| $(-\infty; 8)$ | $(-\infty; -18) \cup (8; +\infty)$ | $(-8; 18)$ | $(8; +\infty)$ | $(-18; 8)$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x+5}{|x|} > 0$ .

| А               | Б                                 | В                           | Г              | Д         |
|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------|----------------|-----------|
| $(-5; +\infty)$ | $(-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$ | $(-5; 0) \cup (0; +\infty)$ | $(5; +\infty)$ | $(-5; 0)$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між системами рівнянь (1–4) і кількістю УСІХ розв'язків (А–Д) цих систем рівнянь.

|   |   |   |         |
|---|---|---|---------|
| 1 | $\begin{cases} x+y=3, \\ 3x+3y=9 \end{cases}$   | А | Жодного |
| 2 | $\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ x+y=9 \end{cases}$ | Б | Один    |
| 3 | $\begin{cases} x+y=9, \\ x-y=3 \end{cases}$     | В | Два     |
| 4 | $\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ x-y=3 \end{cases}$ | Г | Чотири  |
|   |   | Д | Безліч  |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію  $f(x) = (x^2 - 14x + 49)(27 - 6x - x^2)$ .

1. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків нерівності  $f(x) \geq 0$ .

2. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ \frac{2x+7}{3} + 5 < 8x. \end{cases}$$

9. Знайдіть ДОБУТОК усіх коренів рівняння

$$(2x + 3)(|x| - 9) = 0.$$

10. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{2x - 1}{2x + 3} + \frac{2x + 3}{2x - 1} = 2\frac{1}{2}.$$

У відповідь запишіть ДОБУТОК усіх коренів цього рівняння.

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків нерівності

$$|24 + 5x - x^2| + |x^2 + 1| \leq 5x + 25.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть нерівність  $ax^2 + (a + 6)x + 0,5a + 3 \leq 0$  залежно від значень параметра  $a$ .

### Варіант 2

#### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння  $5x = 10x$ .

| А             | Б | В | Г  | Д |
|---------------|---|---|----|---|
| Коренів немає | 2 | 5 | -2 | 0 |

2. Знайдіть ДОБУТОК коренів рівняння  $6x^2 - 5x - 18 = 0$ .

| А             | Б   | В  | Г              | Д |
|---------------|-----|----|----------------|---|
| $\frac{5}{6}$ | -18 | -3 | $-\frac{5}{6}$ | 3 |

3. Яке з наведених рівнянь має БЕЗЛІЧ коренів?

| А                  | Б                        | В                       | Г                   | Д               |
|--------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------|-----------------|
| $x^2 - x + 10 = 0$ | $\frac{x-10}{x-10} = 10$ | $\frac{x+3}{x^2-9} = 0$ | $x^2 + 10x - 1 = 0$ | $10x - 6x = 4x$ |

4. Розв'яжіть нерівність  $x \cdot \operatorname{tg} 178^\circ > \operatorname{tg} 178^\circ$ .

| А              | Б              | В  | Г              | Д              |
|----------------|----------------|--|----------------|----------------|
| $(0; +\infty)$ | $(-\infty; 0)$ | $(2 \operatorname{tg} 178^\circ; +\infty)$ | $(-\infty; 1)$ | $(1; +\infty)$ |

5. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x-21}{x+4} > 0$ .

| А               | Б                                  | В                                  | Г               | Д          |
|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------|------------|
| $(21; +\infty)$ | $(-\infty; -4) \cup (21; +\infty)$ | $(-\infty; -21) \cup (4; +\infty)$ | $(-4; +\infty)$ | $(-4; 21)$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x-7}{|x|} < 0$ .

| А        | Б              | В                                | Г              | Д                          |
|----------|----------------|----------------------------------|----------------|----------------------------|
| $(0; 7)$ | $(-\infty; 0)$ | $(-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$ | $(-\infty; 7)$ | $(-\infty; 0) \cup (0; 7)$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між системами рівнянь (1–4) і кількістю ВСІХ розв'язків (А–Д) цих систем рівнянь.

|   |  |   |         |
|---|--|---|---------|
| 1 | $\begin{cases} x+y=4, \\ x-y=16 \end{cases}$         | А | Жодного |
| 2 | $\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ x+y=8 \end{cases}$      | Б | Один    |
| 3 | $\begin{cases} x-y=4, \\ 4x-4y=16 \end{cases}$       | В | Два     |
| 4 | $\begin{cases} x^2-y^2=8, \\ x^2+y^2=16 \end{cases}$ | Г | Чотири  |
|   |  | Д | Безліч  |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію

$$f(x) = (x^2 + 10x + 25)(20 + 8x - x^2).$$

1. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків нерівності

$$f(x) \geq 0.$$

2. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ \frac{4x-1}{9} + 18 > 3x. \end{cases}$$

9. Знайдіть ДОБУТОК усіх коренів рівняння

$$(5x-1)(|x|-8) = 0.$$

10. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{2x+5}{3x-1} + \frac{3x-1}{2x+5} = 4\frac{1}{4}.$$

У відповідь запишіть ДОБУТОК усіх коренів цього рівняння.

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків нерівності

$$49 - 4x \geq |x^2 + 4| + |45 - 4x - x^2|.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть нерівність

$$0,5ax^2 - (a+4)x + a + 4 \geq 0$$

залежно від значень параметра  $a$ .

**ТЕСТ 2****Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння  $\frac{\sqrt{x}}{3} = 1$ .

| А     | Б     | В     | Г      | Д       |
|-------|-------|-------|--------|---------|
| (0;2) | (2;4) | (4;8) | (8;10) | (10;+∞) |

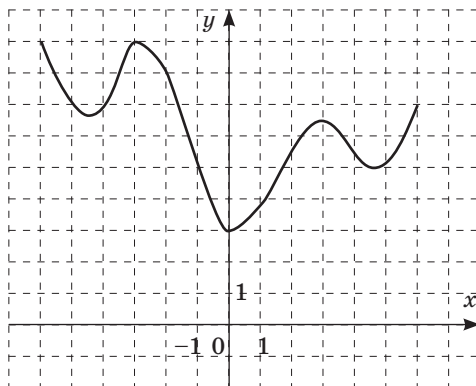
2. Яке з наведених рівнянь **НЕ** має коренів?

| А                  | Б                     | В                  | Г                     | Д                  |
|--------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| $\sqrt{x} - 9 = 0$ | $\sqrt[3]{x} - 9 = 0$ | $9 - \sqrt{x} = 1$ | $\sqrt[3]{x} + 9 = 0$ | $1 - \sqrt{x} = 9$ |

3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt[4]{x^2 - 5x} = \sqrt[4]{9 - 5x}$ .

| А             | Б | В     | Г | Д  |
|---------------|---|-------|---|----|
| Коренів немає | 3 | -3; 3 | 9 | -3 |

4. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , що визначена на проміжку  $[-6; 6]$ . Укажіть **КІЛЬКІСТЬ** **УСІХ** коренів рівняння  $\sqrt{f(x)} = 3$ .



| А       | Б    | В   | Г   | Д      |
|---------|------|-----|-----|--------|
| Жодного | Один | Два | Три | Чотири |

5. Розв'яжіть нерівність  $6 - \sqrt{x} \geq 0$ .

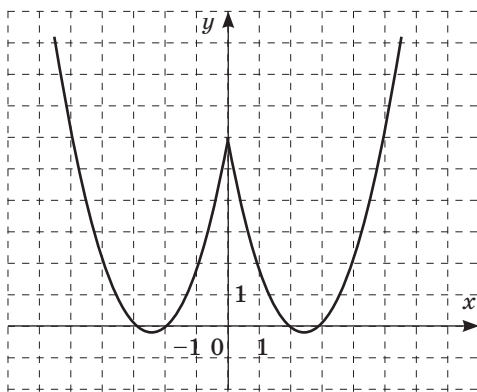
| А               | Б         | В                | Г               | Д           |
|-----------------|-----------|------------------|-----------------|-------------|
| $[36; +\infty)$ | $[0; 36]$ | $[-36; +\infty)$ | $(-\infty; 36]$ | $[-36; 36]$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $x\sqrt{x+9} < 0$ .

| А               | Б                                 | В         | Г              | Д                |
|-----------------|-----------------------------------|-----------|----------------|------------------|
| $(-\infty; -9)$ | $(-\infty; -9) \cup (0; +\infty)$ | $(-9; 0)$ | $(-\infty; 0)$ | Розв'язків немає |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. На рисунку зображено графік функції  $y = x^2 - 5|x| + 6$ . Установіть відповідність між системами рівнянь (1–4) і кількістю ВСІХ розв'язків (А–Д) цих систем рівнянь.



|   |   |   |         |
|---|---|---|---------|
| 1 | $\begin{cases} y = x^2 - 5 x  + 6, \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$       | А | Жодного |
| 2 | $\begin{cases} y = x^2 - 5 x  + 6, \\ y + \sqrt{x-3} = 0 \end{cases}$ | Б | Один    |



|   |  |   |        |
|---|--|---|--------|
| 3 | $\begin{cases} y - x^2 + 5 x  = 6, \\ y - \sqrt{x+3} = 0 \end{cases}$    | В | Два    |
| 4 | $\begin{cases} 5 x  - x^2 + y - 6 = 0, \\ \sqrt{-x} + y = 0 \end{cases}$ | Г | Три    |
|   |  | Д | Чотири |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію  $f(x) = (x^2 + 2x - 35)\sqrt{2-x}$ .

1. Знайдіть СУМУ всіх коренів рівняння  $f(x) = 0$ .

2. Знайдіть СУМУ всіх коренів рівняння  $f(x)\sqrt{1-x} = 0$ .

9. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{2x^2 + x - 20} + x = 2$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх СУМУ.

10. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt{y} = 2, \\ \frac{\sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt{y}} = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  системи обчисліть ДОБУТОК  $x_0 \cdot y_0$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть НАЙМЕНШИЙ розв'язок нерівності  $\sqrt{3x+22} \leq x-2$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{\sqrt{x^2 - 3x + x - 3a}}{x - 3} = 0$$

залежно від значень параметра  $a$ .

## Варіант 2

## Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння  $\frac{\sqrt{x}}{4} = 1$ .

| А     | Б      | В       | Г       | Д       |
|-------|--------|---------|---------|---------|
| (0;5) | (5;10) | (10;15) | (15;20) | (20;+∞) |

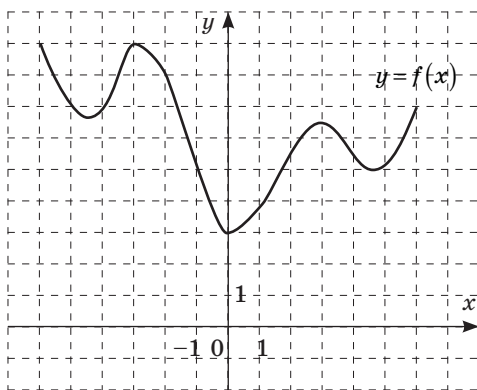
2. Яке з наведених рівнянь НЕ має коренів?

| А                     | Б                     | В                  | Г                  | Д                  |
|-----------------------|-----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\sqrt[3]{x} - 8 = 0$ | $\sqrt[3]{x} + 8 = 0$ | $\sqrt{x} - 8 = 0$ | $\sqrt{x} + 8 = 7$ | $\sqrt{x} + 7 = 8$ |

3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt[6]{x^2 - 6x} = \sqrt[6]{25 - 6x}$ .

| А             | Б  | В     | Г  | Д |
|---------------|----|-------|----|---|
| Коренів немає | -5 | -5; 5 | 25 | 5 |

4. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , що визначена на проміжку  $[-6;6]$ . Укажіть **КІЛЬКІСТЬ УСІХ** коренів рівняння  $\sqrt[3]{f(x)} = 2$ .



| А       | Б    | В   | Г   | Д      |
|---------|------|-----|-----|--------|
| Жодного | Один | Два | Три | Чотири |

5. Розв'яжіть нерівність  $8 - \sqrt{x} \geq 0$ .

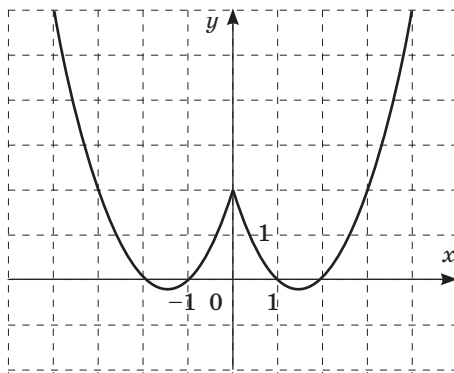
| А           | Б                | В               | Г               | Д         |
|-------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------|
| $[-64; 64]$ | $[-64; +\infty)$ | $[64; +\infty)$ | $(-\infty; 64]$ | $[0; 64]$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $x\sqrt{x-11} < 0$ .

| А              | Б                                 | В         | Г               | Д                |
|----------------|-----------------------------------|-----------|-----------------|------------------|
| $(-\infty; 0)$ | $(-\infty; 0) \cup (11; +\infty)$ | $(0; 11)$ | $(-\infty; 11)$ | Розв'язків немає |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на пертині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. На рисунку зображено графік функції  $y = x^2 - 3|x| + 2$ . Установіть відповідність між системами рівнянь (1–4) і кількістю ВСІХ розв'язків (А–Д) цих систем рівнянь.



|   |   |   |         |
|---|---|---|---------|
| 1 | $\begin{cases} y = x^2 - 3 x  + 2, \\ y = -\sqrt{x} \end{cases}$          | А | Жодного |
| 2 | $\begin{cases} y = x^2 - 3 x  + 2, \\ y - \sqrt{-x} = 0 \end{cases}$      | Б | Один    |
| 3 | $\begin{cases} y - x^2 + 3 x  = 2, \\ y + \sqrt{x+1} - 2 = 0 \end{cases}$ | В | Два     |

|   |   |   |        |
|---|---|---|--------|
| 4 | $\begin{cases} x^2 - 3 x  - y + 2 = 0, \\ \sqrt{x-2} + y = 0 \end{cases}$ | Г | Три    |
|   |   | Д | Чотири |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію  $f(x) = (54 - 3x - x^2)\sqrt{3-x}$ .

1. Знайдіть СУМУ всіх коренів рівняння  $f(x) = 0$ .

2. Знайдіть СУМУ всіх коренів рівняння  $f(x)\sqrt{2-x} = 0$ .

9. Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{2x^2 + 3x - 35} + x = 1.$$

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх СУМУ.

10. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt{y} = 1, \\ \frac{\sqrt{y}}{\sqrt[3]{x+2}} = \frac{2}{5}. \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  системи обчисліть ДОБУТОК  $x_0 \cdot y_0$ .

**Поглиблений рівень**

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ ЦІЛИХ розв'язків нерівності

$$\sqrt{5x+31} \geq x-1.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{\sqrt{4x^2 - x + 2x - a}}{4x + 1} = 0$$

залежно від значень параметра  $a$ .

**ТЕСТ 3****Тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння  $\sin x = \frac{1}{8}$ .

|   |  |   |
|---|--|---|
| А   | Б  | В   |
| $(-1)^n \arcsin \frac{1}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $(-1)^n \arcsin \frac{1}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $\pm \arcsin \frac{1}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ |
| Г   | Д  |   |
| $\pm \arcsin \frac{1}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$    | $\arcsin \frac{1}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$       |   |

2. Укажіть рівняння, яке **НЕ** має коренів.

|                               |                        |                            |                                     |                                |
|-------------------------------|------------------------|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| А                             | Б                      | В                          | Г                                   | Д                              |
| $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ | $\sin x = \frac{2}{3}$ | $\operatorname{ctg} x = 4$ | $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$ | $\cos x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ |

3. Розв'яжіть рівняння  $\operatorname{tg} 6x = 0$ .

|                                     |  |  |                                     |                            |
|-------------------------------------|--|--|-------------------------------------|----------------------------|
| А                                   | Б  | В  | Г                                   | Д                          |
| $\frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$ | $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$ | $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$ | $\frac{\pi n}{6}, n \in \mathbb{Z}$ | $6\pi n, n \in \mathbb{Z}$ |

4. Розв'яжіть рівняння  $2\cos \frac{x}{12} = \sqrt{3}$ .

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
| А  | Б                                      | В                                      | Г                                      | Д                                      |
| $\pm \frac{\pi}{72} + \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbb{Z}$ | $\pm 2\pi + 12\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $\pm 2\pi + 24\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $\pm 4\pi + 24\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $\pm 4\pi + 12\pi n, n \in \mathbb{Z}$ |

5. Розв'яжіть нерівність  $\sin x > \frac{1}{2}$ .

|  |   |
|--|---|
| А  | Б   |
| $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   | $\left(\frac{5\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   |
| В  | Г   |
| $\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{13\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ | $\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi n; \frac{13\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ |
| Д  |   |
| $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   |   |

6. Розв'яжіть нерівність  $\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1 < 0$ .

|  |   |
|--|---|
| А  | Б   |
| $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ | $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ |
| В  | Г   |
| $\left(-\pi + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$          | $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ |
| Д  |   |
| $\left(-\pi + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$          |   |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між рівняннями (1–4) та кількістю ВСІХ коренів (А — Д) цих рівнянь.

|   |                          |   |         |
|---|--------------------------|---|---------|
| 1 | $\cos x = 3x^2$          | А | Жодного |
| 2 | $\sin x = -3x$           | Б | Один    |
| 3 | $\cos x = -\sqrt{3} - 1$ | В | Два     |
| 4 | $\sin x = \sqrt{3} - 1$  | Г | Три     |
|   |                          | Д | Безліч  |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію  $f(x) = \cos 5x$ .

1. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ коренів рівняння  $f(x) = 0$ , які належать проміжку  $(0; \pi)$ .

2. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ коренів рівняння  $f(x) = \sin 10x$ , які належать проміжку  $(0; \pi)$ .

9. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{\sin x}{\sqrt{3}} = \cos x.$$

У відповідь запишіть НАЙБІЛЬШИЙ ВІД'ЄМНИЙ корінь цього рівняння, подавши його в ГРАДУСАХ.

10. Розв'яжіть рівняння  $4\sin^2 x + 8\cos x + 1 = 0$ . У відповідь запишіть корінь (у ГРАДУСАХ) цього рівняння, який належить проміжку  $[-2\pi; -\pi]$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть (у ГРАДУСАХ) НАЙМЕНШИЙ ДОДАТНИЙ розв'язок нерівності

$$4\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \geq 2 - \sqrt{2}.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sin x \cos y = a^2 - 2a, \\ \cos x \sin y = a^2 + 2a \end{cases}$$

залежно від значень параметра  $a$ .

## Варіант 2

## Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння  $\cos x = \frac{1}{6}$ .

| А   | Б  | В   |
|---|--|---|
| $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$    | $\pm \arccos \frac{1}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$    | $\arccos \frac{1}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ |
| Г   | Д  |   |
| $(-1)^n \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $(-1)^n \arccos \frac{1}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ |   |

2. Укажіть рівняння, яке НЕ має коренів.

| А                      | Б                         | В                             | Г                              | Д                                     |
|------------------------|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
| $\sin x = \frac{6}{7}$ | $\operatorname{tg} x = 7$ | $\cos x = \frac{\sqrt{7}}{5}$ | $\sin x = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ | $\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{5}$ |

3. Розв'яжіть рівняння  $\operatorname{ctg} 9x = 0$ .

| А                                   | Б                                  | В   | Г   | Д  |
|-------------------------------------|------------------------------------|---|---|--|
| $\frac{\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}$ | $\frac{2\pi}{9}, n \in \mathbb{Z}$ | $\frac{9\pi}{2} + 9\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}$ | $\frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}$ |

4. Розв'яжіть рівняння  $2\sin \frac{x}{15} = 1$ .

| А   | Б   | В  |
|---|---|--|
| $(-1)^n \frac{5\pi}{2} + 30\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $(-1)^n \frac{5\pi}{2} + 15\pi n, n \in \mathbb{Z}$ | $(-1)^n \frac{\pi}{90} + \frac{\pi n}{15}, n \in \mathbb{Z}$ |
| Г   | Д   |  |
| $(-1)^n 5\pi + 15\pi n, n \in \mathbb{Z}$           | $(-1)^n 5\pi + 30\pi n, n \in \mathbb{Z}$           |  |

5. Розв'яжіть нерівність  $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



|   |   |
|---|---|
| А   | Б   |
| $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$    | $\left(\frac{5\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ |
| В   | Г   |
| $\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi n; \frac{13\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ | $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$  |
| Д   |   |
| $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   |   |

6. Розв'яжіть нерівність  $\operatorname{tg} x + \sqrt{3} > 0$ .

|  |   |
|--|---|
| А  | Б   |
| $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ | $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi n; \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$                  |
| В  | Г   |
| $\left(-\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ | $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$ |
| Д  |   |
| $\left(-\frac{\pi}{3} + \pi n; \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$                 |   |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між рівняннями (1–4) та кількістю ВСІХ коренів (А–Д) цих рівнянь.

|   |                            |   |         |
|---|----------------------------|---|---------|
| 1 | $\cos x = 1 - \sqrt{2}$    | А | Жодного |
| 2 | $\sin x = -\frac{1}{4}x^2$ | Б | Один    |
| 3 | $\cos x = 4x$              | В | Два     |
| 4 | $\sin x = \sqrt{-x-2}$     | Г | Три     |
|   |                            | Д | Безліч  |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію  $f(x) = \sqrt{3} \sin 7x$ .

1. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ коренів рівняння  $f(x) = 0$ , які належать проміжку  $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

2. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ коренів рівняння  $f(x) = \sin 14x$ , які належать проміжку  $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

9. Розв'яжіть рівняння

$$\sin x = \frac{\cos x}{\sqrt{3}}.$$

У відповідь запишіть НАЙМЕНШИЙ ДОДАТНИЙ корінь цього рівняння, подавши його в ГРАДУСАХ.

10. Розв'яжіть рівняння  $6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0$ . У відповідь запишіть корінь (у ГРАДУСАХ) цього рівняння, який належить проміжку  $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть (у ГРАДУСАХ) НАЙБІЛЬШИЙ ВІД'ЄМНИЙ розв'язок нерівності

$$4 \cos^2 \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{12} \right) \geq 2 - \sqrt{3}.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sin x \sin y = \sqrt{a} + 4a, \\ \cos x \cos y = \sqrt{a} - 4a \end{cases}$$

залежно від значень параметра  $a$ .

**ТЕСТ 4****Показникові рівняння, нерівності та їх системи****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння  $16^x = 8$ .

| А | Б             | В | Г             | Д             |
|---|---------------|---|---------------|---------------|
| 2 | $\frac{1}{2}$ | 8 | $\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{3}$ |

2. Розв'яжіть рівняння  $2^x = \cos \frac{\pi}{2}$ .

| А  | Б | В | Г   | Д             |
|----|---|---|-----|---------------|
| -1 | 1 | 0 | 0,5 | Коренів немає |

3. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння  $9^x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ .

| А               | Б                               | В                              | Г                             | Д                                   |
|-----------------|---------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| $(-\infty; -1)$ | $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ | $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ | $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ | $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ |

4. Розв'яжіть нерівність  $(0,9)^{x-3} > 0,81$ .

| А        | Б              | В              | Г               | Д               |
|----------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| $(0; 5)$ | $(-\infty; 5)$ | $(5; +\infty)$ | $(-\infty; -1)$ | $(-1; +\infty)$ |

5. Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{1}{7}\right)^x \cdot 49 \leq \frac{1}{7}$ .

| А               | Б              | В               | Г              | Д               |
|-----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| $[-1; +\infty)$ | $(-\infty; 3]$ | $(-\infty; -2]$ | $[3; +\infty)$ | $(-\infty; -1]$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $(2,5)^{x^2-3} < \frac{4}{25}$ .

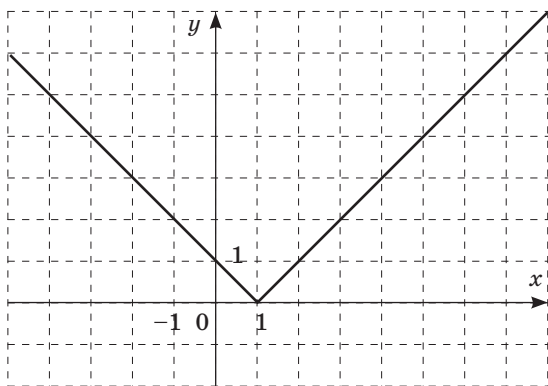
| А              | Б                       | В   | Г                                 | Д         |
|----------------|-------------------------|---|-----------------------------------|-----------|
| $(-\infty; 1)$ | $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$ | $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$ | $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ | $(-1; 1)$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. На рисунку зображено графік функції

$$y = |x - 1|.$$

Установіть відповідність між нерівностями (1–4) і множинами їх розв'язків (А–Д).



|   |   |   |                      |
|---|---|---|----------------------|
| 1 | $3^{x+3} <  x-1 $                         | А | $(-\infty; +\infty)$ |
| 2 | $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} <  x-1 $  | Б | $(-\infty; 2)$       |
| 3 | $-\left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} <  x-1 $ | В | $(-\infty; -2)$      |
| 4 | $3^{2-x} >  x-1 $                         | Г | $(-2; +\infty)$      |
|   |   | Д | $(2; +\infty)$       |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію

$$f(x) = (0,2)^x - 23 \cdot (0,2)^{x+2}.$$

1. Розв'яжіть рівняння  $f(x) = 50$ .
2. Розв'яжіть нерівність  $f(x) \geq 50$ . У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-8; 8]$ .
9. Розв'яжіть рівняння  $49^{x-8} - 5 \cdot 7^{x-8} = 14$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх ДОБУТОК.
10. Розв'яжіть нерівність

$$(0,3)^{\frac{x^2-8x+16}{x-6}} \leq 1.$$

У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-10; 10]$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} (1 + \cos 4)^{\frac{x^2-4}{x+2}} \geq 1, \\ (x+6)(3^x - 81) \leq 0. \end{cases}$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть рівняння

$$2 \cdot 9^x - (2a^2 - 5) \cdot 6^x + (3a^2 - 12) \cdot 4^x = 0$$

залежно від значень параметра  $a$ .

## Варіант 2

## Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння  $27^x = 9$ .

| А | Б             | В             | Г             | Д  |
|---|---------------|---------------|---------------|----|
| 3 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | 18 |

2. Розв'яжіть рівняння  $4^x = \sin 2\pi$ .

| А | Б    | В   | Г | Д             |
|---|------|-----|---|---------------|
| 1 | -0,5 | 0,5 | 0 | Коренів немає |

3. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння  $8^x = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ .

| А                         | Б                              | В                   | Г                  | Д                        |
|---------------------------|--------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------|
| $(-\infty; -\frac{1}{2})$ | $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$ | $(-\frac{1}{4}; 0)$ | $(0; \frac{1}{4})$ | $(\frac{1}{4}; +\infty)$ |

4. Розв'яжіть нерівність  $(0,8)^{x+1} < 0,64$ .

| А        | Б              | В              | Г              | Д              |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $(0; 1)$ | $(3; +\infty)$ | $(-\infty; 3)$ | $(1; +\infty)$ | $(-\infty; 1)$ |

5. Розв'яжіть нерівність  $(\frac{1}{5})^x \cdot 5 \geq \frac{1}{5}$ .

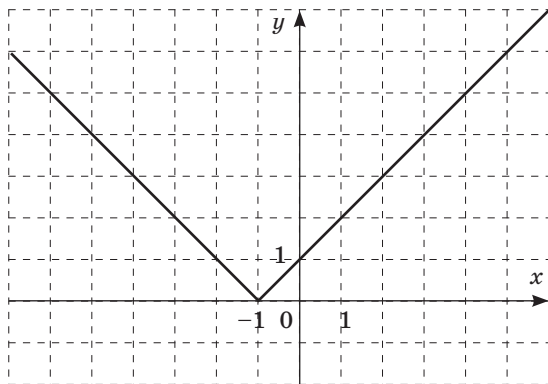
| А              | Б              | В              | Г              | Д              |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $[1; +\infty)$ | $[0; +\infty)$ | $[2; +\infty)$ | $(-\infty; 0]$ | $(-\infty; 2]$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $(1,5)^{x^2-7} > \frac{8}{27}$ .

| А              | Б                         | В   | Г                                 | Д         |
|----------------|---------------------------|---|-----------------------------------|-----------|
| $(2; +\infty)$ | $(-\sqrt{10}; \sqrt{10})$ | $(-\infty; -\sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}; +\infty)$ | $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ | $(-2; 2)$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. На рисунку зображено графік функції  $y = |x + 1|$ . Установіть відповідність між нерівностями (1–4) і множинами їх розв’язків (А–Д).



|   |   |   |                      |
|---|---|---|----------------------|
| 1 | $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} <  x+1 $  | А | $(-\infty; -3)$      |
| 2 | $2^{x+4} >  x+1 $                         | Б | $(-\infty; 3)$       |
| 3 | $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x-4} <  x+1 $ | В | $(-3; +\infty)$      |
| 4 | $-2^{5-x} <  x+1 $                        | Г | $(3; +\infty)$       |
|   |   | Д | $(-\infty; +\infty)$ |

Розв’яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функцію  $f(x) = (0,5)^x + 3 \cdot (0,5)^{x+1}$ .
- Розв’яжіть рівняння  $f(x) = 80$ .
  - Розв’яжіть нерівність  $f(x) \geq 80$ . У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв’язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-8; 8]$ .

## 9. Розв'яжіть рівняння

$$9^{x+10} - 7 \cdot 3^{x+10} = 18.$$

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх ДОБУТОК.

## 10. Розв'яжіть нерівність

$$(0,6)^{\frac{x^2+6x+9}{x+4}} \geq 1.$$

У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-10;10]$ .

**Поглиблений рівень**

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

## 11. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} (1 + \sin 5)^{\frac{x^2-16}{x-4}} \leq 1, \\ (x-8)(49-7^x) \geq 0. \end{cases}$$

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

## 12. Розв'яжіть рівняння

$$5 \cdot 81^x - (5a^2 - 36) \cdot 45^x + (9a^2 - 81) \cdot 25^x = 0$$

залежно від значень параметра  $a$ .

**ТЕСТ 5****Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи****Варіант 1****Базовий рівень**

*Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.*



1. Розв'яжіть рівняння  $\log_{\frac{1}{3}} x = 3$ .

| А | Б | В             | Г              | Д             |
|---|---|---------------|----------------|---------------|
| 1 | 9 | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{27}$ | $\sqrt[3]{3}$ |

2. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{1}{7}} x > 1$ .

| А              | Б        | В                                   | Г                                   | Д                             |
|----------------|----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|
| $(1; +\infty)$ | $(0; 1)$ | $\left(\frac{1}{7}; +\infty\right)$ | $\left(-\infty; \frac{1}{7}\right)$ | $\left(0; \frac{1}{7}\right)$ |

3. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння

$$\log_2(x+3) = -2.$$

| А          | Б          | В         | Г        | Д        |
|------------|------------|-----------|----------|----------|
| $(-3; -2)$ | $(-2; -1)$ | $(-1; 1)$ | $(1; 2)$ | $(2; 4)$ |

4. Розв'яжіть рівняння  $\log_x x^4 = 4$ .

| А                    | Б      | В | Г              | Д                          |
|----------------------|--------|---|----------------|----------------------------|
| $(-\infty; +\infty)$ | $0; 1$ | 1 | $(0; +\infty)$ | $(0; 1) \cup (1; +\infty)$ |

5. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{3}{\pi}} 2 \cdot \log_{\frac{\pi}{3}} x < 0$ .

| А              | Б              | В              | Г              | Д        |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| $(0; +\infty)$ | $(-\infty; 0)$ | $(1; +\infty)$ | $(-\infty; 1)$ | $(0; 1)$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,3}(x+1)^2 \geq \log_{0,3} 9$ .

| А                                 | Б              | В         | Г                       | Д         |
|-----------------------------------|----------------|-----------|-------------------------|-----------|
| $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ | $[2; +\infty)$ | $(-1; 2]$ | $[-4; -1) \cup (-1; 2]$ | $[-4; 2]$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між рівняннями (1–4) та твердженнями (А–Д), що є правильними для цих рівнянь.

|   |                               |   |   |
|---|-------------------------------|---|---|
| 1 | $\log_6 x + 1 = 0$            | А | Коренем рівняння є число 7              |
| 2 | $\log_6 (x - 1) = 1$          | Б | Рівняння не має коренів                 |
| 3 | $\log_{\sqrt{6}} (1 - x) = 2$ | В | Коренем рівняння є ціле від'ємне число  |
| 4 | $\log_6 (2x + 1) = \log_6 x$  | Г | Коренем рівняння є ірраціональне число  |
|   |                               | Д | Корінь рівняння належить проміжку (0;1) |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функції  $f(x) = x^2 - 16$  і  $g(x) = 6x$ .

1. Розв'яжіть рівняння

$$\log_{\frac{1}{3}} f(x) = \log_{\frac{1}{3}} g(x).$$

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь **НАЙМЕНШИЙ** із них.

2. Розв'яжіть нерівність

$$\log_{\frac{1}{3}} f(x) > \log_{\frac{1}{3}} g(x).$$

У відповідь запишіть **СУМУ** всіх **ЦІЛИХ** розв'язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-5; 10]$ .

9. Розв'яжіть рівняння

$$\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 = 0.$$

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх **СУМУ**.

10. Розв'яжіть нерівність

$$\log_5 (x - 3) + \log_5 (x - 1) \leq 1 + \log_5 3.$$

У відповідь запишіть **СУМУ** всіх **ЦІЛИХ** розв'язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-5; 10]$ .

**Поглиблений рівень**

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть ЧАСТКУ  $\frac{y_0}{x_0}$ , якщо  $(x_0; y_0)$  — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 5^{y-x} = \frac{6}{625}, \\ 4\log_6(x+y) = x-y. \end{cases}$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть рівняння  $\log_x(x^2 - a) = 1$  залежно від значень параметра  $a$ .

**Варіант 2****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння  $\log_{\frac{1}{2}} x = 6$ .

| А          | Б  | В              | Г              | Д |
|------------|----|----------------|----------------|---|
| $\sqrt{6}$ | 12 | $\frac{1}{64}$ | $\frac{1}{12}$ | 3 |

2. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{1}{5}} x > 2$ .

| А                                    | Б              | В        | Г                              | Д                                    |
|--------------------------------------|----------------|----------|--------------------------------|--------------------------------------|
| $\left(\frac{1}{25}; +\infty\right)$ | $(2; +\infty)$ | $(0; 2)$ | $\left(0; \frac{1}{25}\right)$ | $\left(-\infty; \frac{1}{25}\right)$ |

3. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння

$$\log_3(x-4) = -1.$$

| А          | Б          | В         | Г        | Д        |
|------------|------------|-----------|----------|----------|
| $(-4; -3)$ | $(-3; -2)$ | $(-2; 2)$ | $(2; 4)$ | $(4; 5)$ |

4. Розв'яжіть рівняння  $\log_{x^2}(-x) = \frac{1}{2}$ .

| А | Б                            | В              | Г                    | Д             |
|---|------------------------------|----------------|----------------------|---------------|
| 0 | $(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$ | $(-\infty; 0)$ | $(-\infty; +\infty)$ | Коренів немає |

5. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{\pi}{4}} 3 \cdot \log_{\frac{4}{\pi}} x > 0$ .

| А              | Б              | В              | Г              | Д        |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| $(0; +\infty)$ | $(-\infty; 0)$ | $(1; +\infty)$ | $(-\infty; 1)$ | $(0; 1)$ |

6. Розв'яжіть нерівність  $\log_{1,01}(x-3)^2 \leq \log_{1,01} 4$ .

| А        | Б              | В                    | Г                                | Д        |
|----------|----------------|----------------------|----------------------------------|----------|
| $(3; 5]$ | $(-\infty; 5]$ | $[1; 3) \cup (3; 5]$ | $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$ | $[1; 5]$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між рівняннями (1–4) та твердженнями (А–Д), що є правильними для цих рівнянь.

|   |                            |   |   |
|---|----------------------------|---|---|
| 1 | $\log_3 x - 2 = 0$         | А | Рівняння не має коренів                     |
| 2 | $\log_3(3-x) = 2$          | Б | Коренем рівняння є число 6                  |
| 3 | $\log_{\sqrt{3}}(x-3) = 2$ | В | Коренем рівняння є ірраціональне число      |
| 4 | $\log_3(2x+3) = \log_3 x$  | Г | Корінь рівняння належить проміжку $(8; 10)$ |
|   |                            | Д | Коренем рівняння є ціле від'ємне число      |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Дано функції

$$f(x) = x^2 - 36 \text{ і } g(x) = -5x.$$

1. Розв'яжіть рівняння

$$\log_{\frac{1}{7}} f(x) = \log_{\frac{1}{7}} g(x).$$

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь **НАЙБІЛЬШИЙ** із них.

2. Розв'яжіть нерівність

$$\log_{\frac{1}{7}} f(x) > \log_{\frac{1}{7}} g(x).$$

У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-10; 5]$ .

9. Розв'яжіть рівняння  $\log_5^2 x - 3\log_5 x - 4 = 0$ . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть ЙОГО у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх СУМУ.

10. Розв'яжіть нерівність

$$\log_{0,5}(x-3) + \log_{0,5}(x-2) + 2 \geq \log_{0,5} 5.$$

У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності, які належать проміжку  $[-5; 10]$ .

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть ЧАСТКУ  $\frac{y_0}{x_0}$ , якщо  $(x_0; y_0)$  — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{1}{(x+2y) \cdot 3^{2y-x}} = \frac{9}{14}, \\ 2\log_{14}(x+2y) = x-2y. \end{cases}$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Розв'яжіть рівняння  $\log_{2x}(x^2 + a) = 1$  залежно від значень параметра  $a$ .

**ТЕСТ 6****Текстові задачі****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. На таці лежали  $x$  пиріжків. Після того як із таці взяли 4 пиріжки, на ній залишилося 8 пиріжків. Знайдіть  $x$ .

| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
|----|----|----|----|----|
| 10 | 12 | 16 | 20 | 32 |

2. На складі готової продукції пакети соку упаковували в коробки по 30 штук у кожену. Коробки розмістили в  $a$  рядів по  $b$  коробок у кожному ряді. Укажіть вираз для визначення кількості всіх пакетів соку на складі.

| А      | Б       | В         | Г       | Д       |
|--------|---------|-----------|---------|---------|
| $30ab$ | $30a+b$ | $30(a+b)$ | $a+30b$ | $ab+30$ |

3. У гаражі підприємства стоять 35 легкових і вантажних автомобілів, причому вантажних автомобілів на 15 більше, ніж легкових. Скільки легкових автомобілів є в цьому гаражі?

| А  | Б  | В  | Г  | Д |
|----|----|----|----|---|
| 25 | 20 | 15 | 10 | 5 |

4. Миколка вийшов зі школи і пішов додому зі сталою швидкістю. Через 3 хв зі школи вийшов Іванко і пішов у тому самому напрямку зі швидкістю 70 м/хв. Через  $t$  хв після свого виходу Іванко наздогнав Миколку. З якою швидкістю (у м/хв) рухався Миколка?

| А                   | Б                   | В                | Г                 | Д                 |
|---------------------|---------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| $\frac{70(t+3)}{t}$ | $\frac{70(t-3)}{t}$ | $\frac{70}{t+3}$ | $\frac{70t}{t-3}$ | $\frac{70t}{t+3}$ |

5. Через першу трубу басейн можна наповнити за 4 год, через другу — за 6 год, а через третю — за 12 год. За скільки годин наповниться басейн, якщо всі три труби відкрити одночасно?

| А         | Б         | В        | Г        | Д        |
|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| За 22 год | За 12 год | За 4 год | За 3 год | За 2 год |

6. За 3 кг апельсинів і 2 кг лимонів заплатили 42 грн, а за 3 кг апельсинів і 4 кг лимонів — 60 грн. Скільки коштує 1 кг лимонів?

| А     | Б     | В     | Г      | Д      |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| 6 грн | 8 грн | 9 грн | 12 грн | 18 грн |

*Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).*

7. Три трактори однакової потужності за 8 год зорали 48 га землі. Установіть відповідність між запитаннями (1–4) та правильними відповідями на них (А–Д).

|   |   |   |    |
|---|---|---|----|
| 1 | За скільки годин один трактор зоре 48 га землі?                       | А | 10 |
| 2 | За скільки годин два трактори зорють 64 га землі?                     | Б | 16 |
| 3 | Скільки гектарів землі зорють три трактори за 3 години?               | В | 18 |
| 4 | Скільки таких тракторів потрібно, щоб зорати 80 га землі за 4 години? | Г | 20 |
|   |   | Д | 24 |

*Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

8. Відстань між двома містами легковий автомобіль подолав за 2 год, а вантажний — за 3 год. Швидкість вантажного автомобіля на 25 км/год менша, ніж швидкість легкового автомобіля.
1. Знайдіть швидкість легкового автомобіля (у км/год).
  2. Знайдіть відстань між містами (у км).

9. У трьох мішках разом міститься 150 кг борошна. У першому мішку борошна в 1,5 рази більше, ніж у третьому, а в другому — на 10 кг більше, ніж у третьому мішку. Скільки кілограмів борошна міститься у ТРЕТЬОМУ мішку?
10. Турист проплив на моторному човні 24 км проти течії річки і повернувся назад на плоту. Знайдіть швидкість течії річки (у км/год), якщо на плоту турист плив на 6 год більше, ніж човном, а власна швидкість човна становить 15 км/год.

### Поглиблений рівень

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. Двом робітникам було доручено виконати виробниче завдання. Після того, як перший робітник пропрацював 3 год, а другий — 6 год, виявилось, що вони виконали  $\frac{4}{9}$  усього завдання. Пропрацювавши спільно ще 3 год, вони виконали  $\frac{13}{18}$  усього завдання. Скільки годин витратить на виконання цього завдання ПЕРШИЙ робітник, працюючи самостійно?

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. На складі заводу зберігалось не менше, ніж 145 однакових коробок із деталями. Унаслідок використання кількість деталей через деякий час зменшилась. Коли в кожній коробці залишилось лише по 8 деталей, на склад привезли ще 18 повних коробок, після чого загальна кількість деталей зменшилась на 2, ніж була до використання. Скільки коробок із деталями зберігалось на складі СПОЧАТКУ?

### Варіант 2

#### Базовий рівень

*Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.*

1. У коробці лежало 15 цукерок. Після того, як із коробки взяли  $x$  цукерок, у ній залишилося 5 цукерок. Знайдіть  $x$ .



|   |   |   |    |    |
|---|---|---|----|----|
| А | Б | В | Г  | Д  |
| 3 | 5 | 8 | 10 | 20 |

2. У школі 5 сьомих класів. У кожному класі навчається  $c$  учнів. Кожний із них виготовив по  $d$  вітальних листівок. Укажіть вираз для обчислення кількості вітальних листівок, які виготовили всі учні сьомих класів.

|        |          |       |        |        |
|--------|----------|-------|--------|--------|
| А      | Б        | В     | Г      | Д      |
| $5c+d$ | $5(c+d)$ | $5cd$ | $c+5d$ | $cd+5$ |

3. У двох кошиках 36 абрикосів, причому в другому кошику абрикосів удвічі більше, ніж у першому. Скільки абрикосів у першому кошику?

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
| 12 | 17 | 18 | 19 | 24 |

4. Із села до міста виїхав мотоцикліст зі швидкістю 40 км/год. Через 1 год із села вирушив автобус і поїхав у тому самому напрямку зі сталою швидкістю. Через  $t$  год після свого виїзду автобус наздогнав мотоцикліста. Із якою швидкістю (у км/год) рухався автобус?

|                  |                     |                     |                   |                   |
|------------------|---------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| А                | Б                   | В                   | Г                 | Д                 |
| $\frac{40}{t+1}$ | $\frac{40(t+1)}{t}$ | $\frac{40(t-1)}{t}$ | $\frac{40t}{t+1}$ | $\frac{40t}{t-1}$ |

5. Через першу трубу басейн можна наповнити за 6 год, через другу — за 10 год, а через третю — за 15 год. За скільки годин наповниться басейн, якщо всі три труби відкриті одночасно?

|           |           |          |          |          |
|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| А         | Б         | В        | Г        | Д        |
| За 31 год | За 15 год | За 6 год | За 3 год | За 2 год |

6. За 2 кг печива і 3 кг цукерок заплатили 105 грн, а за 2 кг печива і 5 кг цукерок — 155 грн. Скільки коштує 1 кг цукерок?

|       |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| А     | Б      | В      | Г      | Д      |
| 5 грн | 15 грн | 25 грн | 35 грн | 50 грн |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Чотири насоси однакової потужності за 5 хв викачують 800 л води. Установіть відповідність між запитаннями (1–4) та правильними відповідями на них (А–Д).

|   |  |   |    |
|---|--|---|----|
| 1 | За скільки хвилин один насос викачає 800 л води?                       | А | 20 |
| 2 | Скільки літрів води викачають два насоси за одну хвилину?              | Б | 22 |
| 3 | За скільки хвилин три насоси викачають 2640 л води?                    | В | 30 |
| 4 | Скільки таких насосів потрібно, щоб викачати 2400 л води за 2 хвилини? | Г | 40 |
|   |  | Д | 80 |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відстань між двома містами легковий автомобіль подолав за 4 год, а автобус — за 5 год. Швидкість легкового автомобіля на 14 км/год більша за швидкість автобуса.
1. Знайдіть швидкість автобуса (у км/год).
  2. Знайдіть відстань між містами (у км).
9. У парку ростуть берези, тополі і каштани, усього — 112 дерев. Каштанів росте у 2 рази більше, ніж беріз, а тополь — на 16 більше, ніж беріз. Скільки БЕРІЗ росте в парку?
10. Турист проплив на моторному човні 36 км проти течії річки і повернувся назад на плоту. Знайдіть швидкість течії річки (у км/год), якщо на плоту турист плыв на 6 год більше, ніж човном, а власна швидкість човна становить 16 км/год.

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Двом бригадам було доручено виконати виробниче завдання. Після того, як перша бригада пропрацювала 6 год, а друга — 9 год, виявилось, що вони виконали  $\frac{2}{3}$  усього завдання. Про-

працювавши спільно ще 3 год, вони виконали  $\frac{11}{12}$  усього завдання. Скільки годин витратить на виконання цього завдання ДРУГА бригада, працюючи самостійно?

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

- 12.** На складі заводу зберігалось не менше, ніж 105 однакових ящиків із виробами. Унаслідок використання кількість виробів через деякий час зменшилась. Коли в кожному ящику залишилось лише по 6 виробів, на склад привезли ще 17 повних ящиків, після чого загальна кількість виробів зменшилась на 4, ніж була до використання. Скільки ящиків із виробами зберігалось на складі СПОЧАТКУ?

## РОЗДІЛ 3. ФУНКЦІЇ

### ТЕСТ 1

#### Функції, їх властивості

##### Варіант 1

##### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

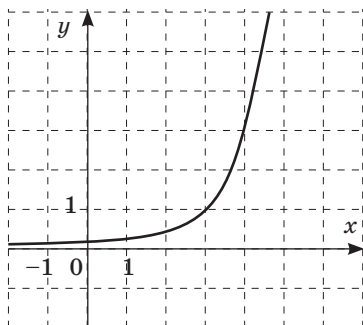
1. Укажіть точку, яка належить графіку функції  $y = -2x$ .

| А         | Б          | В          | Г          | Д         |
|-----------|------------|------------|------------|-----------|
| $(0; -2)$ | $(-1; -2)$ | $(-10; 5)$ | $(14; -7)$ | $(-3; 6)$ |

2. Знайдіть область визначення функції  $y = \sqrt{12 - x}$ .

| А               | Б               | В              | Г               | Д               |
|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| $[12; +\infty)$ | $(-\infty; 12]$ | $[0; +\infty)$ | $(-\infty; 12]$ | $(12; +\infty)$ |

3. Укажіть функцію, графік якої зображено на рисунку.

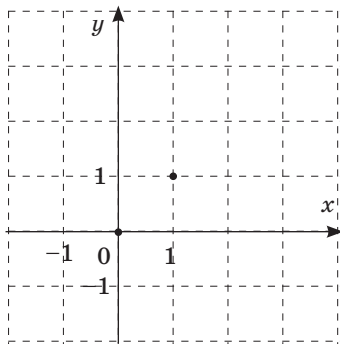


| А                                    | Б                                    | В             | Г             | Д             |
|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------|---------------|---------------|
| $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3}$ | $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$ | $y = 3^x + 3$ | $y = 3^{x-3}$ | $y = 3^{x+3}$ |

4. Укажіть проміжок, на якому функція  $y = -2x^2 - 4x + 2$  зростає.

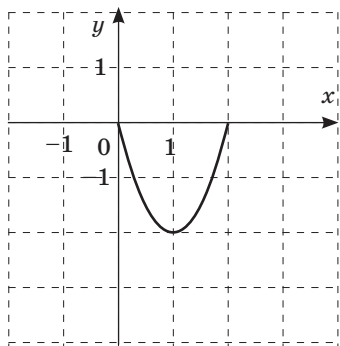
| А              | Б               | В               | Г              | Д              |
|----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| $(0; +\infty)$ | $(-1; +\infty)$ | $(-\infty; -1)$ | $(4; +\infty)$ | $(-\infty; 4)$ |

5. Укажіть ПАРНУ функцію, графік якої проходить через ДВІ точки, зображені на рисунку.



| А       | Б         | В       | Г         | Д            |
|---------|-----------|---------|-----------|--------------|
| $y = x$ | $y = x^3$ | $y = 1$ | $y = x^2$ | $y = \cos x$ |

6. Функція  $y = f(x)$  визначена на проміжку  $(-\infty; +\infty)$  і є періодичною з найменшим додатним періодом  $T = 2$ . На рисунку зображено фрагмент графіка цієї функції на відрізку  $[0; 2]$ . Укажіть проміжок, на якому функція спадає.



| А            | Б            | В           | Г        | Д        |
|--------------|--------------|-------------|----------|----------|
| $(-17; -16)$ | $(-13; -12)$ | $(-10; -9)$ | $(3; 4)$ | $(6; 8)$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

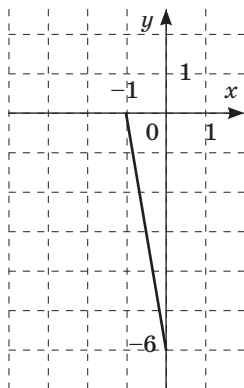
7. Установіть відповідність між функціями (1–4) і твердженнями (А–Д), що є правильними для цих функцій.

|   |                |   |   |
|---|----------------|---|---|
| 1 | $y = \log_2 x$ | А | Областю визначення функції є проміжок $[-1; 1]$                     |
| 2 | $y = 2^x$      | Б | Функція має тільки два нулі   |
| 3 | $y = x^2 - 2$  | В | Графік функції не перетинає осі ординат                             |
| 4 | $y = \cos x$   | Г | Функція набуває від'ємних значень на проміжку $(2; 3)$              |
|   |                | Д | Графік функції не має спільних точок з графіком функції $y = x - 1$ |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. На рисунку зображено фрагмент графіка функції

$$y = x^2 + bx + c.$$



- Знайдіть значення  $b$ .
- Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення функції  $y = x^2 + bx + c$ .
- Графік непарної функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $(-\infty; +\infty)$ , проходить через точку  $(2; -3)$ . Знайдіть значення виразу  $3f(-2) - f(8)$ , якщо  $f(-8) = 10$ .

10. Знайдіть СУМУ всіх ЦІЛИХ значень  $x$ , які належать області визначення функції

$$y = \frac{\log_3(x-4)}{\log_{0,6}(10-x)}.$$

**Поглиблений рівень**

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення функції

$$y = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{3\sin x + 4\cos x - 1}.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Дано функцію  $y = \frac{4\sqrt{\sin^2(\arcsin x)}}{\lg \operatorname{tg} \pi x + \lg \operatorname{ctg} \pi x + 2}$ .

1. Побудуйте графік цієї функції.
2. Знайдіть множину значень цієї функції; дослідіть цю функцію на парність.

**Варіант 2**

**Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

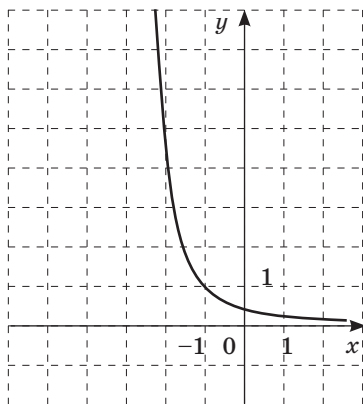
1. Укажіть точку, яка належить графіку функції  $y = \frac{x}{3}$ .

| А      | Б                             | В      | Г        | Д       |
|--------|-------------------------------|--------|----------|---------|
| (-3;1) | $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ | (5;15) | (-12;-4) | (-2;-6) |

2. Знайдіть область визначення функції  $y = \sqrt{-19-x}$ .

| А               | Б                | В                | Г                | Д                |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $[19; +\infty)$ | $[-19; +\infty)$ | $(-\infty; -19]$ | $(-\infty; -19)$ | $(-19; +\infty)$ |

3. Укажіть функцію, графік якої зображено на рисунку.

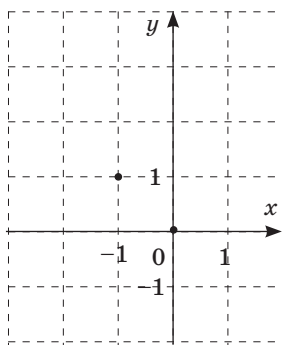


| А             | Б             | В                                    | Г                                    | Д                                    |
|---------------|---------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $y = 5^{x-1}$ | $y = 5^{x+1}$ | $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x + 1$ | $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$ | $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}$ |

4. Укажіть проміжок, на якому функція  $y = 2x^2 + 8x + 9$  спадає.

| А              | Б               | В              | Г              | Д               |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|
| $(-\infty; 0)$ | $(-\infty; -2)$ | $(-\infty; 1)$ | $(1; +\infty)$ | $(-2; +\infty)$ |

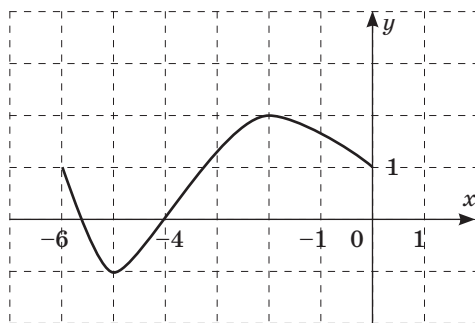
5. Укажіть НЕПАРНУ функцію, графік якої проходить через ДВІ точки, зображені на рисунку.



| А         | Б         | В         | Г            | Д        |
|-----------|-----------|-----------|--------------|----------|
| $y = x^2$ | $y =  x $ | $y = x^3$ | $y = \sin x$ | $y = -x$ |



6. Функція  $y = f(x)$  визначена на проміжку  $(-\infty; +\infty)$  і є періодичною з найменшим додатним періодом  $T = 6$ . На рисунку зображено фрагмент графіка цієї функції на відрізку  $[-6; 0]$ . Укажіть проміжок, на якому функція зростає.



| А            | Б            | В        | Г          | Д          |
|--------------|--------------|----------|------------|------------|
| $(-26; -24)$ | $(-14; -11)$ | $(6; 7)$ | $(10; 12)$ | $(19; 22)$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

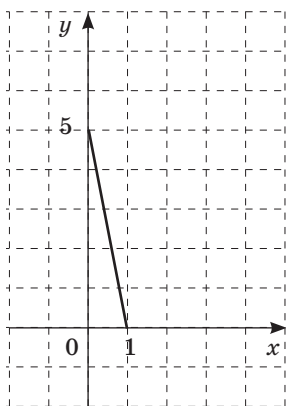
7. Установіть відповідність між функціями (1–4) і твердженнями (А–Д), що є правильними для цих функцій.

|   |                                  |   |   |
|---|----------------------------------|---|---|
| 1 | $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ | А | Графік функції проходить через початок координат                        |
| 2 | $y = \log_{\frac{1}{5}} x$       | Б | Функція набуває від'ємних значень на проміжку $(2; 3)$                  |
| 3 | $y = x^2 - 5$                    | В | Областю визначення функції є проміжок $[-5; +\infty)$                   |
| 4 | $y = \sin x$                     | Г | Функція не має нулів  |
|   |                                  | Д | Графік функції має тільки дві спільні точки з графіком функції $y = -x$ |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. На рисунку зображено фрагмент графіка функції

$$y = -x^2 + bx + c.$$



1. Знайдіть значення  $b$ .
2. Знайдіть **НАЙБІЛЬШЕ** значення функції  $y = -x^2 + bx + c$ .
9. Графік парної функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $(-\infty; +\infty)$ , проходить через точку  $(-4; 9)$ . Знайдіть значення виразу  $f(4) - 4f(-6)$ , якщо  $f(6) = -12$ .
10. Знайдіть **СУМУ** всіх **ЦІЛИХ** значень  $x$ , які належать області визначення функції

$$y = \frac{\log_{0,8}(x+3)}{\log_7(8-x)}.$$

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Знайдіть **НАЙМЕНШЕ** значення функції

$$y = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{8 \sin x - 15 \cos x - 11}.$$

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Дано функцію

$$y = \frac{1 - \ln \operatorname{tg} \pi x - \ln \operatorname{ctg} \pi x}{\sqrt{\cos^2(\arccos x)}}.$$

1. Побудуйте графік цієї функції.
2. Знайдіть множину значень цієї функції; дослідіть цю функцію на парність.

## ТЕСТ 2

### Числові послідовності. Арифметична і геометрична прогресії

#### Варіант 1

##### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Послідовність задано формулою  $c_n = n^2 + 1$ . Знайдіть третій член цієї послідовності.

| А | Б | В | Г  | Д  |
|---|---|---|----|----|
| 4 | 5 | 7 | 10 | 17 |

2. Укажіть послідовність, яка є арифметичною прогресією.

| А             | Б          | В             | Г           | Д                 |
|---------------|------------|---------------|-------------|-------------------|
| 2; 8; 32; 128 | 1; 2; 4; 8 | 8; 11; 14; 17 | -3; 0; 3; 9 | -12; -6; -3; -1,5 |

3. Укажіть послідовність, яка є геометричною прогресією.

| А           | Б            | В                        | Г  | Д                               |
|-------------|--------------|--------------------------|--|---------------------------------|
| 4; 6; 8; 10 | -9; -3; 3; 9 | 20; 10; 5; $\frac{1}{5}$ | 1; $\frac{1}{3}$ ; $\frac{1}{6}$ ; $\frac{1}{9}$ | $\sqrt{3}$ ; 3; $3\sqrt{3}$ ; 9 |

4. Знайдіть перший член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , у якій  $a_5 = -8$ , а різниця  $d = 2$ .

| А   | Б   | В | Г  | Д   |
|-----|-----|---|----|-----|
| -18 | -20 | 0 | -2 | -16 |

5. У геометричній прогресії  $(b_n)$   $b_1 = m$ ,  $b_4 = n$ ,  $m > 0$ ,  $n > 0$ ,  $m \neq n$ . Укажіть формулу, за якою обчислюється знаменник  $q$  цієї прогресії.

| А                           | Б                           | В                           | Г                                | Д                                |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $q = \sqrt[3]{\frac{m}{n}}$ | $q = \sqrt[3]{\frac{n}{m}}$ | $q = \sqrt[4]{\frac{n}{m}}$ | $q = \left(\frac{n}{m}\right)^3$ | $q = \left(\frac{m}{n}\right)^3$ |

6. Знайдіть суму десяти перших членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 6$ .

| А   | Б   | В   | Г   | Д  |
|-----|-----|-----|-----|----|
| 190 | 210 | 200 | 220 | 80 |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між формулами  $n$ -х членів, що задають геометричні прогресії (1–4), та сумами п'яти перших членів цих прогресій (А–Д).

|   |                         |   |     |
|---|-------------------------|---|-----|
| 1 | $b_n = 2^n$             | А | 62  |
| 2 | $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ | Б | 93  |
| 3 | $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ | В | 121 |
| 4 | $b_n = 3^n$             | Г | 242 |
|   |                         | Д | 363 |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. У геометричній прогресії  $(b_n)$   $b_3 = -3$ ,  $b_4 = 6$ .
- Знайдіть перший член цієї прогресії.
  - Знайдіть суму шести перших членів цієї прогресії.
9. Знайдіть різницю арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_4 = 17$ ,  $a_{14} = 61$ .
10. Протягом дванадцяти днів на склад завозили цукор. Першого дня завезли 40 т цукру, а кожного наступного — на 2 т більше, ніж попереднього. Скільки всього тонн цукру завезли на склад протягом цих дванадцяти днів?

**Поглиблений рівень**

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Сума трьох додатних чисел, які утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 18. Якщо до цих чисел додати відповідно 1, 3 і 17, то нові три числа утворять геометричну прогресію. Знайдіть третій член цієї ГЕОМЕТРИЧНОЇ прогресії.

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Відомо, що  $(a_n)$  — зростаюча арифметична прогресія, різниця якої дорівнює  $d$ ,  $(b_n)$  — геометрична прогресія з додатними членами, знаменник якої дорівнює  $q$ ,  $0 < q < 1$ . Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії  $1; x; x^2; \dots$ , якщо

$$\log_x b_n^2 - a_n = \log_x b_2^2 - a_2.$$

**Варіант 2****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Послідовність задано формулою  $c_n = n^3 + 3$ . Знайдіть другий член цієї послідовності.

| А | Б | В | Г  | Д  |
|---|---|---|----|----|
| 4 | 5 | 9 | 11 | 15 |

2. Укажіть послідовність, яка є арифметичною прогресією.

| А            | Б           | В                | Г            | Д            |
|--------------|-------------|------------------|--------------|--------------|
| 3; 9; 27; 81 | 1; 3; 6; 10 | -4; -2; -1; -0,5 | -5; -1; 1; 5 | 3; 9; 15; 21 |

3. Укажіть послідовність, яка є геометричною прогресією.

| А           | Б             | В                 | Г                               | Д  |
|-------------|---------------|-------------------|---------------------------------|--|
| 1; 2; 6; 24 | 6; 12; 18; 24 | -4; 8; 16;<br>-32 | 8; $4\sqrt{2}$ ; 4; $2\sqrt{2}$ | $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$ |

4. Знайдіть перший член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , у якої  $a_6 = 4$ , а різниця  $d = -3$ .

| А  | Б  | В  | Г   | Д   |
|----|----|----|-----|-----|
| 22 | 19 | 25 | -11 | -14 |

5. У геометричній прогресії  $(b_n)$

$$b_1 = k, b_6 = l, k > 0, l > 0, k \neq l.$$

Укажіть формулу, за якою обчислюється знаменник  $q$  цієї прогресії.

| А                           | Б                           | В                           | Г                                | Д                                |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $q = \sqrt[6]{\frac{l}{k}}$ | $q = \sqrt[5]{\frac{k}{l}}$ | $q = \sqrt[5]{\frac{l}{k}}$ | $q = \left(\frac{l}{k}\right)^5$ | $q = \left(\frac{k}{l}\right)^5$ |

6. Знайдіть суму одинадцяти перших членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_1 = 6$ ,  $a_2 = 8$ .

| А   | Б   | В   | Г   | Д   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 154 | 143 | 187 | 198 | 176 |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між формулами  $n$ -х членів, що задають геометричні прогресії (1-4), та сумами шести перших членів цих прогресій (А-Д).

|   |                           |   |     |
|---|---------------------------|---|-----|
| 1 | $b_n = 2^{n+2}$           | А | 182 |
| 2 | $b_n = 3 \cdot 2^{n+1}$   | Б | 273 |
| 3 | $b_n = \frac{3^n}{4}$     | В | 364 |
| 4 | $b_n = \frac{3^{n-1}}{2}$ | Г | 504 |
|   |                           | Д | 756 |

*Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

8. У геометричній прогресії  $(b_n)$

$$b_5 = 6, b_6 = -12.$$

1. Знайдіть перший член цієї прогресії.
2. Знайдіть суму восьми перших членів цієї прогресії.
3. Знайдіть різницю арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо

$$a_6 = 26, a_{19} = -91.$$

10. Протягом чотирнадцяти днів на завод завозили цукрові буряки. Першого дня завезли 84 т цукрових буряків, а кожного наступного — на 3 т менше, ніж попереднього. Скільки всього тонн цукрових буряків завезли на завод протягом цих чотирнадцяти днів?

### **Поглиблений рівень**

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. Сума трьох додатних чисел, які утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 36. Якщо до цих чисел додати відповідно 2, 6 і 19, то нові три числа утворять геометричну прогресію. Знайдіть третій член цієї **ГЕОМЕТРИЧНОЇ** прогресії.

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. Відомо, що  $(a_n)$  — зростаюча арифметична прогресія, у якої

$$a_1 = 2, a_2 = d + 2,$$

$(b_n)$  — геометрична прогресія, у якої

$$b_1 = 3, b_2 = 3q, 0 < q < 1.$$

Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії  $x; x^3; x^5; \dots$ , якщо

$$a_n + \log_x \frac{1}{\sqrt{b_n}} = a_1 + \log_x \frac{1}{\sqrt{b_1}}.$$

**ТЕСТ 3****Похідна та її застосування****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Знайдіть похідну функції  $y = x^{12}$ .

| А               | Б               | В                        | Г                        | Д          |
|-----------------|-----------------|--------------------------|--------------------------|------------|
| $y' = 12x^{13}$ | $y' = 12x^{11}$ | $y' = \frac{x^{13}}{13}$ | $y' = \frac{x^{11}}{11}$ | $y' = 12x$ |

2. Знайдіть похідну функції  $y = \sin x + \ln 6$ .

| А                           | Б                            | В                     | Г              | Д             |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------|----------------|---------------|
| $y' = \cos x + \frac{1}{6}$ | $y' = -\cos x + \frac{1}{6}$ | $y' = \cos x + \ln 6$ | $y' = -\cos x$ | $y' = \cos x$ |

3. Знайдіть похідну функції  $y = x^8 e^x$ .

| А               | Б               | В                    | Г                    | Д                      |
|-----------------|-----------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| $y' = 8x^7 e^x$ | $y' = 8x^9 e^x$ | $y' = x^8 e^x (x+8)$ | $y' = x^7 e^x (x+8)$ | $y' = x e^x (x^7 + 8)$ |

4. Відомо, що функція

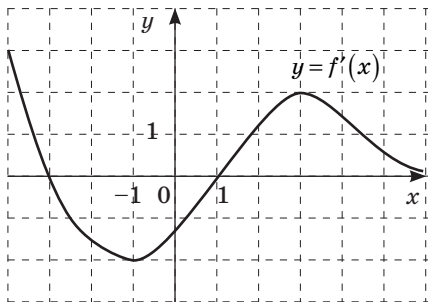
$$y = f(x)$$

визначена на проміжку  $(-4; 8)$  і для будь-якого числа  $x$  із цього проміжку виконується нерівність  $f'(x) < 0$ . Укажіть **ПРАВИЛЬНУ** нерівність.

| А              | Б              | В              | Г             | Д             |
|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| $f(-3) < f(0)$ | $f(-1) < f(1)$ | $f(4) > f(-2)$ | $f(5) > f(2)$ | $f(6) < f(1)$ |

5. На рисунку зображено графік **ПОХІДНОЇ** функції  $y = f'(x)$ , що визначена на проміжку  $(-\infty; +\infty)$  і має лише два нулі. Користуючись зображенням, укажіть точку **МІНІМУМУ** функції  $y = f(x)$ .





| А  | Б | В | Г  | Д  |
|----|---|---|----|----|
| -1 | 3 | 1 | -2 | -3 |

6. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом

$$s(t) = 2t^2 - 8t + 3$$

(час  $t$  вимірюється в секундах, шлях  $s$  — у метрах). Знайдіть швидкість точки в момент часу  $t = 5$  с.

| А      | Б      | В     | Г      | Д     |
|--------|--------|-------|--------|-------|
| 15 м/с | 12 м/с | 2 м/с | 13 м/с | 5 м/с |

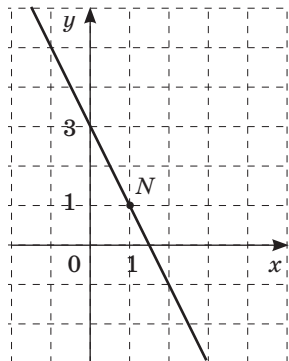
Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між функціями (1–4) та значеннями похідних цих функцій (А–Д) у точці  $x_0 = 2$ .

|   |                   |   |                      |
|---|-------------------|---|----------------------|
| 1 | $y = x\sqrt{2}$   | А | $\frac{1}{4}$        |
| 2 | $y = \sqrt{2x}$   | Б | $\frac{1}{2}$        |
| 3 | $y = \sqrt{x+2}$  | В | 1                    |
| 4 | $y = \sqrt{2x-3}$ | Г | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
|   |                   | Д | $\sqrt{2}$           |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. На рисунку зображено дотичну, проведenu до графіка функції  $y = f(x)$  у точці  $N$ .



1. Обчисліть  $g'(1)$ , якщо  $g(x) = 8f(x)$ .
2. Знайдіть ординату точки перетину дотичної, проведеної до графіка функції  $y = 8f(x)$  у точці  $N$ , із віссю ординат.
9. Знайдіть МАКСИМУМ функції

$$y = \frac{3}{5}x^5 - 4x^3 + 2.$$

10. Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення функції  $y = x^3 + 9x^2 - 21x$  на відрізку  $[-2; 3]$ .

### Поглиблений рівень

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. Потрібно побудувати такий відкритий басейн із квадратним дном і об'ємом, що дорівнює  $62,5 \text{ м}^3$ , щоб на облицювання його стін і дна було витрачено НАЙМЕНШУ кількість матеріалу. Знайдіть площу стін і дна (у  $\text{м}^2$ ) цього басейну.

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. Задано функцію  $f(x) = \frac{x^2}{x-3}$ .

1. Знайдіть проміжки зростання та спадання, екстремуми цієї функції. Побудуйте ескіз графіка функції  $y = f(x)$ .
2. Укажіть кількість коренів рівняння  $f(x) = a$  залежно від значень параметра  $a$ .

### Варіант 2

#### Базовий рівень

*Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.*

1. Знайдіть похідну функції  $y = x^{15}$ .

|                          |                          |            |                 |                 |
|--------------------------|--------------------------|------------|-----------------|-----------------|
| А                        | Б                        | В          | Г               | Д               |
| $y' = \frac{x^{16}}{16}$ | $y' = \frac{x^{14}}{14}$ | $y' = 15x$ | $y' = 15x^{14}$ | $y' = 15x^{16}$ |

2. Знайдіть похідну функції  $y = \cos x + e^3$ .

|                     |                      |                       |                |               |
|---------------------|----------------------|-----------------------|----------------|---------------|
| А                   | Б                    | В                     | Г              | Д             |
| $y' = \sin x + e^3$ | $y' = -\sin x + e^3$ | $y' = -\sin x + 3e^2$ | $y' = -\sin x$ | $y' = \sin x$ |

3. Знайдіть похідну функції  $y = x^9 \ln x$ .

|                            |                         |                         |
|----------------------------|-------------------------|-------------------------|
| А                          | Б                       | В                       |
| $y' = 9x^8 \ln x$          | $y' = 9x^7$             | $y' = x(9 \ln x + x^7)$ |
| Г                          | Д                       |                         |
| $y' = x^8(9x^2 \ln x + 1)$ | $y' = x^8(9 \ln x + 1)$ |                         |

4. Відомо, що функція  $y = f(x)$  визначена на проміжку  $(-10; 6)$  і для будь-якого числа  $x$  із цього проміжку виконується нерівність  $f'(x) < 0$ . Укажіть НЕПРАВИЛЬНУ нерівність.

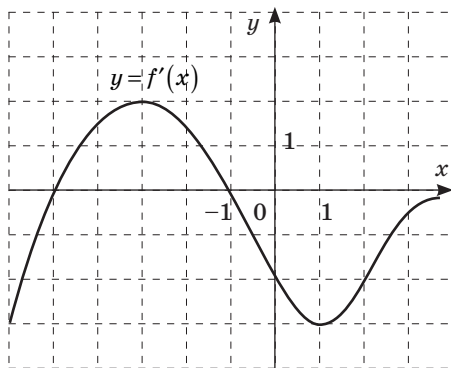
|               |                 |               |                |                |
|---------------|-----------------|---------------|----------------|----------------|
| А             | Б               | В             | Г              | Д              |
| $f(0) > f(1)$ | $f(-9) > f(-8)$ | $f(5) < f(3)$ | $f(-2) < f(4)$ | $f(-1) > f(1)$ |

5. На рисунку зображено графік ПОХІДНОЇ функції

$$y = f(x),$$

що визначена на проміжку  $(-\infty; +\infty)$  і має лише два нулі. Користуючись зображенням, укажіть точку МАКСИМУМУ функції

$$y = f(x).$$



|    |    |    |   |   |
|----|----|----|---|---|
| А  | Б  | В  | Г | Д |
| -5 | -3 | -1 | 1 | 2 |

6. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом

$$s(t) = 3t^2 - 9t + 5$$

(час  $t$  вимірюється в секундах, шлях  $s$  — у метрах). Знайдіть швидкість точки в момент часу  $t = 4$  с.

| А      | Б      | В     | Г     | Д      |
|--------|--------|-------|-------|--------|
| 20 м/с | 15 м/с | 3 м/с | 8 м/с | 27 м/с |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між функціями (1–4) та значеннями похідних цих функцій (А–Д) у точці  $x_0 = 3$ .

|   |                    |   |               |
|---|--------------------|---|---------------|
| 1 | $y = x + \sqrt{3}$ | А | $\frac{1}{6}$ |
| 2 | $y = \sqrt{3x}$    | Б | $\frac{1}{2}$ |
| 3 | $y = \sqrt{x+1}$   | В | $\frac{1}{3}$ |
| 4 | $y = \sqrt{2x+3}$  | Г | $\frac{1}{4}$ |
|   |                    | Д | 1             |

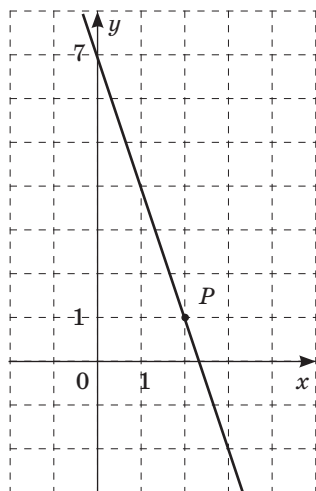
Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. На рисунку зображено дотичну, проведену до графіка функції  $y = f(x)$  у точці  $P$ .

1. Обчисліть  $g'(2)$ , якщо

$$g(x) = 6f(x).$$

2. Знайдіть ординату точки перетину дотичної, проведенної до графіка функції  $y = 6f(x)$  у точці  $P$ , із віссю ординат.



9. Знайдіть МІНІМУМ функції

$$y = \frac{6}{5}x^5 - 2x^3 - 9.$$

10. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення функції

$$y = x^3 - 6x^2 - 15x$$

на відрізку  $[-2; 3]$ .

### Поглиблений рівень

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. Потрібно побудувати такий відкритий басейн із прямокутним дном (довжина дна вдвічі більша за ширину) і об'ємом, що дорівнює  $36 \text{ м}^3$ , щоб на облицювання його стін і дна було витрачено НАЙМЕНШУ кількість матеріалу. Знайдіть площу стін і дна ( $\text{у м}^2$ ) цього басейну.

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. Задано функцію

$$f(x) = \frac{x^2}{x+2}.$$

1. Знайдіть проміжки зростання та спадання, екстремуми цієї функції. Побудуйте ескіз графіка функції

$$y = f(x).$$

2. Укажіть кількість коренів рівняння

$$f(x) = a$$

залежно від значень параметра  $a$ .

## ТЕСТ 4

## Інтеграл та його застосування

## Варіант 1

## Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Знайдіть загальний вигляд первісних функції  $f(x) = x^{14}$ .

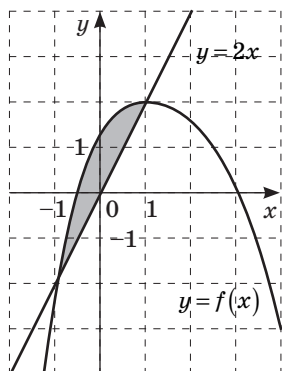
| А              | Б                       | В                       | Г              | Д                       |
|----------------|-------------------------|-------------------------|----------------|-------------------------|
| $14x^{13} + C$ | $\frac{x^{13}}{13} + C$ | $\frac{x^{15}}{15} + C$ | $14x^{15} + C$ | $\frac{x^{15}}{14} + C$ |

2. Укажіть функцію  $F(x)$ , яка є первісною функції

$$f(x) = e^x - e^3.$$

| А                  | Б            | В                            | Г                   | Д                    |
|--------------------|--------------|------------------------------|---------------------|----------------------|
| $F(x) = e^x - e^3$ | $F(x) = e^x$ | $F(x) = e^x - \frac{e^4}{4}$ | $F(x) = e^x - 3e^2$ | $F(x) = e^x - e^3 x$ |

3. На рисунку зображено графіки функцій  $y = f(x)$  і  $y = 2x$ . Укажіть формулу для обчислення площі  $S$  зафарбованої фігури.

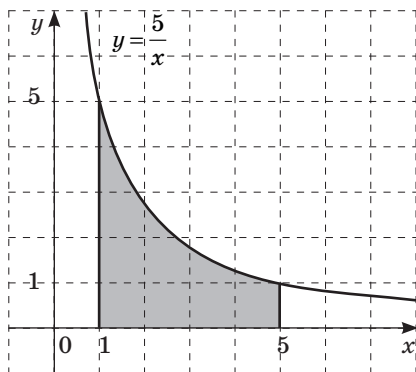


|   |                                  |
|---|----------------------------------|
| А | $S = \int_{-2}^2 (2x - f(x)) dx$ |
| Б | $S = \int_{-2}^2 (f(x) - 2x) dx$ |
| В | $S = \int_{-1}^1 f(x) dx$        |
| Г | $S = \int_{-1}^1 (f(x) - 2x) dx$ |
| Д | $S = \int_{-1}^1 (2x - f(x)) dx$ |

4. Для функції  $f(x) = \cos x$  знайдіть первісну  $F(x)$ , графік якої проходить через точку  $B\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

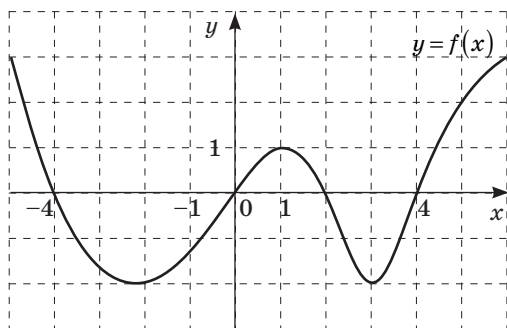
|                      |                      |                 |
|----------------------|----------------------|-----------------|
| А                    | Б                    | В               |
| $F(x) = \sin x + 1$  | $F(x) = \sin x - 1$  | $F(x) = \sin x$ |
| Г                    | Д                    |                 |
| $F(x) = -\sin x - 1$ | $F(x) = -\sin x + 1$ |                 |

5. Обчисліть площу зафарбованої фігури, зображеної на рисунку.



|           |               |                 |           |         |
|-----------|---------------|-----------------|-----------|---------|
| А         | Б             | В               | Г         | Д       |
| $5 \ln 4$ | $5 \ln 5 - 5$ | $4 \frac{4}{5}$ | $5 \ln 5$ | $\ln 5$ |

6. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ . Укажіть ПРАВИЛЬНУ нерівність.



|   |   |
|---|---|
| А | $\int_0^2 f(x) dx < 0$                      |
| Б | $\int_2^4 f(x) dx > 0$                      |
| В | $\int_{-4}^0 f(x) dx < \int_{-2}^4 f(x) dx$ |
| Г | $\int_0^2 f(x) dx < \int_{-4}^0 f(x) dx$    |
| Д | $\int_2^4 f(x) dx > \int_0^2 f(x) dx$       |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між інтегралами (1–4) та проміжками (А–Д), яким належать значення цих інтегралів.

|   |                         |   |  |
|---|-------------------------|---|--|
| 1 | $\int_{-2}^0 x dx$      | А | $(-3; -1)$                               |
| 2 | $\int_{-2}^2 x^2 dx$    | Б | $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$          |
| 3 | $\int_0^2 \sqrt{x} dx$  | В | $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ |
| 4 | $\int_{-2}^2 \sin x dx$ | Г | $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$            |
|   |                         | Д | $(2; 3)$                                 |

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що

$$\int_{-2}^3 f(x) dx = 9, \int_3^4 f(x) dx = -4.$$

1. Обчисліть:  $\int_{-2}^4 3f(x) dx$ .

2. Обчисліть:  $\int_{-2}^4 (3f(x) - x) dx$ .

9. Обчисліть:  $\int_1^{25} \frac{\sqrt{x}}{x} dx$ .

10. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями

$$y = x^2 - 2x - 2 \text{ і } y = 2x + 3.$$



**Поглиблений рівень**

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Обчисліть:  $6 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin \left( \frac{\pi}{2} - 3x \right) dx$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = \ln x$ , прямими  $x = e$ ,  $x = e^2$  і  $y = 0$ .

**Варіант 2****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Знайдіть загальний вигляд первісних функції  $f(x) = x^{19}$ .

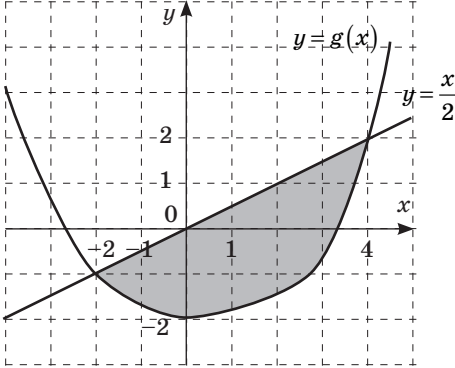
| А                       | Б              | В                       | Г              | Д                       |
|-------------------------|----------------|-------------------------|----------------|-------------------------|
| $\frac{x^{18}}{18} + C$ | $19x^{18} + C$ | $\frac{x^{20}}{19} + C$ | $19x^{20} + C$ | $\frac{x^{20}}{20} + C$ |

2. Укажіть функцію  $F(x)$ , яка є первісною функції

$$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 9}.$$

|   |  |
|---|--|
| А | $F(x) = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} 9$  |
| Б | $F(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 9$  |
| В | $F(x) = -\operatorname{ctg} x - \frac{x}{\sin^2 9}$  |
| Г | $F(x) = \operatorname{tg} x - \frac{x}{\sin^2 9}$    |
| Д | $F(x) = -\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} 9$ |

3. На рисунку зображено графіки функцій  $y = g(x)$  і  $y = \frac{x}{2}$ . Укажіть формулу для обчислення площі  $S$  зафарбованої фігури.

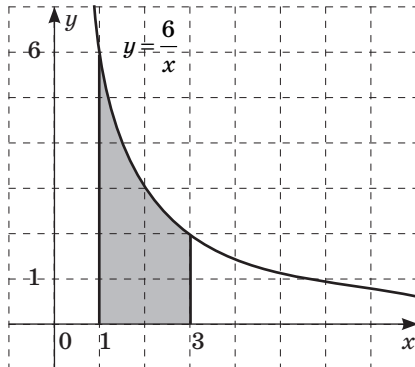


|   |  |
|---|--|
| А | $S = \int_{-2}^4 \frac{x}{2} dx$                       |
| Б | $S = \int_{-2}^4 \left( g(x) - \frac{x}{2} \right) dx$ |
| В | $S = \int_{-2}^4 \left( \frac{x}{2} - g(x) \right) dx$ |
| Г | $S = \int_{-2}^2 \left( g(x) - \frac{x}{2} \right) dx$ |
| Д | $S = \int_{-2}^2 \left( \frac{x}{2} - g(x) \right) dx$ |

4. Для функції  $f(x) = \sin x$  знайдіть первісну  $F(x)$ , графік якої проходить через точку  $C(2\pi; 1)$ .

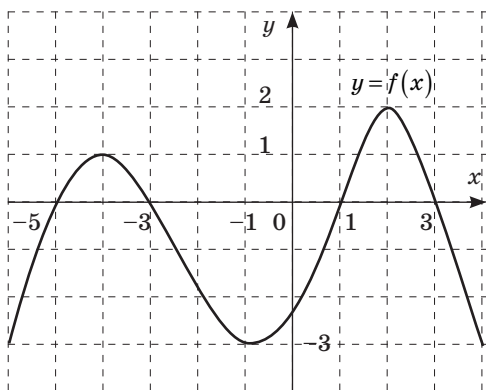
|                      |                      |                  |
|----------------------|----------------------|------------------|
| А                    | Б                    | В                |
| $F(x) = \cos x + 1$  | $F(x) = \cos x$      | $F(x) = -\cos x$ |
| Г                    | Д                    |                  |
| $F(x) = -\cos x + 1$ | $F(x) = -\cos x + 2$ |                  |

5. Обчисліть площу зафарбованої фігури, зображеної на рисунку.



|         |          |          |                |              |
|---------|----------|----------|----------------|--------------|
| А       | Б        | В        | Г              | Д            |
| $\ln 3$ | $6\ln 3$ | $6\ln 2$ | $5\frac{1}{3}$ | $6\ln 3 - 6$ |

6. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ . Укажіть ПРАВИЛЬНУ нерівність.



|   |  |
|---|--|
| А | $\int_{-5}^{-3} f(x) dx < 0$                   |
| Б | $\int_{-3}^1 f(x) dx > 0$                      |
| В | $\int_1^3 f(x) dx < \int_{-5}^{-3} f(x) dx$    |
| Г | $\int_{-3}^1 f(x) dx < \int_{-5}^{-3} f(x) dx$ |
| Д | $\int_{-3}^1 f(x) dx > \int_1^3 f(x) dx$       |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. Установіть відповідність між інтегралами (1–4) та проміжками (А–Д), яким належать значення цих інтегралів.

|   |   |   |                               |
|---|---|---|-------------------------------|
| 1 | $\int_{-1}^1 x dx$                                | А | $(-3; -1)$                    |
| 2 | $\int_{-1}^0 x^3 dx$                              | Б | $(-1; -\frac{1}{8})$          |
| 3 | $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ | В | $(-\frac{1}{8}; \frac{1}{8})$ |
| 4 | $\int_0^1 \sqrt{x} dx$                            | Г | $(\frac{1}{8}; 1)$            |

Д

(1;3)

Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

8. Відомо, що  $\int_{-4}^1 f(x)dx = -3$ ,  $\int_1^2 f(x)dx = 10$ .

1. Обчисліть:  $\int_{-4}^2 6f(x)dx$ .

2. Обчисліть:  $\int_{-4}^2 (6f(x) - x^2)dx$ .

9. Обчисліть:  $\int_1^{49} \frac{x}{\sqrt{x^3}}dx$ .

10. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями

$$y = x^2 + 6x - 4 \text{ і } y = 2x + 1.$$

### Поглиблений рівень

Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.

11. Обчисліть:  $4 \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{12}} \cos x \cos \left( \frac{\pi}{2} - 6x \right) dx$ .

Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.

12. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = \lg x$ , прямими  $x = 5$ ,  $x = 10$  і  $y = 0$ .

# РОЗДІЛ 4. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ

## ТЕСТ 1

### Елементи комбінаторики

#### Варіант 1

---

#### Базовий рівень

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. На столі лежать 5 різних зошитів у клітинку і 2 різні зошити в лінійку. Скількома способами можна взяти один зошит у клітинку або один зошит у лінійку?

| А | Б | В | Г  | Д  |
|---|---|---|----|----|
| 5 | 7 | 9 | 10 | 14 |

2. У шкільному буфеті є 4 види булочок і 3 види соку. Скількома способами учень, який зайшов до буфету, може вибрати одну булочку і один сік?

| А | Б | В | Г  | Д  |
|---|---|---|----|----|
| 4 | 7 | 8 | 12 | 24 |

3. Скількома способами можна вишикувати в ряд п'ятьох дітей?

| А   | Б | В  | Г  | Д   |
|-----|---|----|----|-----|
| 120 | 5 | 25 | 10 | 125 |

4. Скількома способами можна вибрати старосту та його заступника в класі, у якому навчаються 22 учні?

| А  | Б  | В   | Г   | Д   |
|----|----|-----|-----|-----|
| 22 | 44 | 231 | 462 | 484 |

5. Із 15 водіїв автотранспортного підприємства треба вибрати 2 для роботи з перевезення будівельних матеріалів. Скількома способами це можна зробити?

| А  | Б  | В   | Г   | Д   |
|----|----|-----|-----|-----|
| 15 | 30 | 225 | 210 | 105 |

6. Скільки існує на координатній площині точок, абсциса і ордината яких — різні парні натуральні числа, менші від 16?

| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
|----|----|----|----|----|
| 14 | 21 | 42 | 28 | 56 |

*Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).*

7. Дано числа 1, 2, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 23. Установіть відповідність між запитаннями (1–4) та правильними відповідями на них (А–Д).

|   |  |   |    |
|---|--|---|----|
| 1 | Скільки можна скласти різних дробів, чисельниками і знаменниками яких є ці числа?                  | А | 20 |
| 2 | Скільки можна скласти різних правильних дробів, чисельниками і знаменниками яких є ці числа?       | Б | 36 |
| 3 | Скільки можна скласти різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є ці числа?      | В | 64 |
| 4 | Скільки можна скласти із цих чисел різних дробів, чисельниками і знаменниками яких є прості числа? | Г | 66 |
|   |  | Д | 72 |

*Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

8. Із цифр 0, 1, 2, 8, 9 складають різні п'ятицифрові числа, які не містять однакових цифр.
- Скільки таких п'ятицифрових чисел можна скласти?
  - Скільки серед цих п'ятицифрових чисел не починаються з 10?
  - Скільки існує різних значень виразу  $a^b$ , якщо число  $a$  набуває значень 2; 3; 4, а число  $b$  — значень 11; 17; 19; 23; 29?
10. Скількома способами можна вибрати 3 марки і 3 конверти з 7 різних марок і 5 різних конвертів?

### Поглиблений рівень

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. У вазі стоять різні білі і рожеві троянди — усього 17 штук. Відомо, що дві троянди одного кольору можна вибрати 66 способами. Скільки білих троянд стоїть у вазі, якщо їх **БІЛЬШЕ**, ніж рожевих?

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} A_{x-1}^2 - C_y^2 = 14, \\ A_y^2 + C_{x-1}^2 = 22. \end{cases}$$

### Варіант 2

#### Базовий рівень

*Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.*

1. На столі лежать 4 різні лінійки і 6 різних олівців. Скількома способами можна взяти одну лінійку або один олівець?

| А  | Б  | В  | Г  | Д |
|----|----|----|----|---|
| 20 | 12 | 11 | 10 | 6 |

2. У кафе є 5 видів тістечок і 4 види чаю. Скількома способами можна вибрати одне тістечко і один чай?

| А  | Б  | В  | Г | Д |
|----|----|----|---|---|
| 40 | 20 | 10 | 9 | 5 |

3. Дитина грається шістьма різними іграшками. Скількома способами вона може викласти їх у ряд?

| А   | Б  | В   | Г | Д  |
|-----|----|-----|---|----|
| 216 | 36 | 720 | 6 | 12 |

4. Із 16 працівників музею треба вибрати директора і його заступника. Скількома способами це можна зробити?

| А   | Б   | В   | Г  | Д  |
|-----|-----|-----|----|----|
| 256 | 240 | 120 | 32 | 16 |

5. Із 12 малярів будівельної бригади треба вибрати 2 для фарбування фасаду нового будинку. Скількома способами це можна зробити?

| А  | Б  | В   | Г   | Д  |
|----|----|-----|-----|----|
| 12 | 24 | 144 | 132 | 66 |

6. Скільки існує на координатній площині точок, абсциса і ордината яких — різні непарні натуральні числа, менші від 19?

| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
|----|----|----|----|----|
| 72 | 36 | 90 | 45 | 18 |

*Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).*

7. Дано числа 1, 3, 9, 10, 15, 17, 29, 31, 37, 41. Установіть відповідність між запитаннями (1–4) та правильними відповідями на них (А–Д).

|   |  |   |    |
|---|--|---|----|
| 1 | Скільки можна скласти різних дробів, чисельниками і знаменниками яких є ці числа?              | А | 90 |
| 2 | Скільки можна скласти різних неправильних дробів, чисельниками і знаменниками яких є ці числа? | Б | 82 |



|   |  |   |    |
|---|--|---|----|
| 3 | Скільки можна скласти із цих чисел різних дробів, чисельниками і знаменниками яких є прості числа? | В | 56 |
| 4 | Скільки можна скласти різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є ці числа?      | Г | 45 |
|   |  | Д | 30 |

*Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

8. Із цифр 0, 3, 4, 6, 7, 8 складають різні шестицифрові числа, які не містять однакових цифр.
  1. Скільки таких шестицифрових чисел можна скласти?
  2. Скільки серед цих шестицифрових чисел не починаються з 30?
  9. Скільки існує різних значень виразу  $a^b$ , якщо число  $a$  набуває значень 5; 7; 9, а число  $b$  — значень 2; 3; 13; 37; 41; 43?
10. Скількома способами можна вибрати 2 альбоми і 4 марки із 5 різних альбомів і 8 різних марок?

#### **Поглиблений рівень**

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. У вазі стоять різні жовті і червоні троянди — усього 18 штук. Відомо, що дві троянди одного кольору можна вибрати 81 способом. Скільки жовтих троянд стоїть у вазі, якщо їх **БІЛЬШЕ**, ніж червоних?

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} A_{x-8}^2 - C_{y-7}^{y-9} = 50, \\ A_{y-7}^{y-9} + C_{x-8}^2 = 40. \end{cases}$$

**ТЕСТ 2****Початки теорії ймовірностей та елементи статистики****Варіант 1****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. На таці лежать 6 пиріжків із капустою і 3 пиріжки з картоплею. Знайдіть ймовірність того, що перший намання взятий із таці пиріжок буде з капустою.

| А             | Б             | В             | Г             | Д             |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |

2. У пеналі лежать 2 червоні і 4 синіх ручки. Знайдіть ймовірність того, що перша намання взята із пенала ручка буде червоною або синьою.

| А             | Б             | В             | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---|---|
| $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{8}$ | 1 | 0 |

3. Після проведення контрольної роботи з алгебри та початків аналізу 7 учнів 11 класу отримали такі оцінки у балах: 5, 8, 10, 9, 11, 5, 4. Знайдіть медіану цієї вибірки.

| А | Б | В | Г | Д  |
|---|---|---|---|----|
| 4 | 5 | 8 | 9 | 11 |

4. Опитавши 9 випадково вибраних дівчат, що займаються в танцювальному клубі, про їх вік, отримали такі результати у роках: 17, 14, 18, 17, 15, 14, 16, 17, 15. Знайдіть моду цієї вибірки.

| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
|----|----|----|----|----|
| 14 | 15 | 18 | 16 | 17 |

5. У новому мікрорайоні побудували 12 будинків. Середня висота восьми з них дорівнює 48 м, а середня висота решти чо-

тирхоx — 36 м. Знайдіть середню висоту всіх будинків цього мікрорайону.

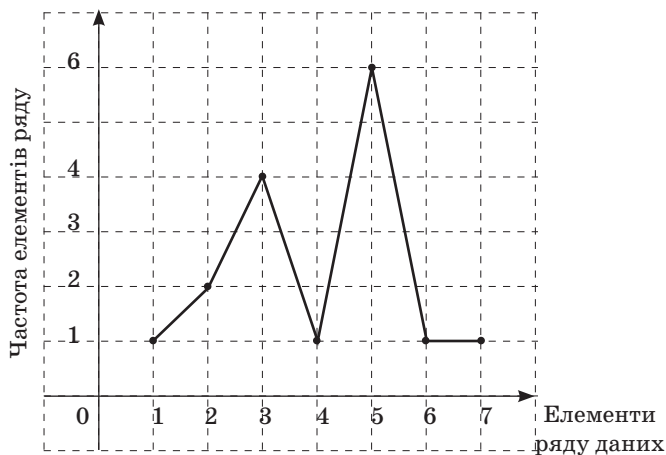
| А   | Б    | В    | Г    | Д    |
|-----|------|------|------|------|
| 7 м | 44 м | 42 м | 53 м | 40 м |

6. На кожній із шести карток написана одна з букв Р, А, Ф, Г, І, К. Знайдіть ймовірність того, що коли витягати навмання по одній картці, то вони будуть йти в такій послідовності, що утвориться слово «ГРАФІК».

| А               | Б               | В               | Г              | Д             |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|---------------|
| $\frac{1}{120}$ | $\frac{1}{180}$ | $\frac{1}{720}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{6}$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. На рисунку зображено полігон частот певного ряду даних, на якому по осі абсцис позначені елементи цього ряду, а по осі ординат — їх частоти. Установіть відповідність між характеристиками (1–4) цього ряду даних та їх числовими значеннями (А–Д).



|   |                  |   |    |
|---|------------------|---|----|
| 1 | Розмах           | А | 8  |
| 2 | Медіана          | Б | 9  |
| 3 | Мода             | В | 10 |
| 4 | Середнє значення | Г | 12 |
|   |                  | Д | 14 |

*Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

8. У шуфляді лежить 40 карток, пронумерованих числами від 1 до 40. Навмання витягають одну картку.
  1. Знайдіть імовірність того, що число, записане на цій картці, буде складеним.
  2. Знайдіть ймовірність того, що число, записане на цій картці, буде двоцифровим і кратним 5.
9. Задано ряд даних:  $x$ ;  $x$ ;  $y$ ; 25; 35. Число 10 є модою, а число 15 — медіаною цього ряду даних. Знайдіть середнє значення цього ряду даних.
10. У ящику лежить 9 білих і деяка кількість зелених кульок. Імовірність того, що перша навмання взята кулька виявиться зеленою, дорівнює  $\frac{4}{5}$ . Скільки всього кульок у ящику?

### **Поглиблений рівень**

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. У коробці лежить 21 картка. Усі картки пронумеровані числами від 1 до 21. Знайдіть імовірність того, що сума чисел, записаних на двох навмання вийнятих картках, буде непарним числом і не більшим від 13.

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. На першому поверсі одинадцятиповерхового будинку до ліфту ввійшли 4 особи, кожна з яких з однаковою ймовірністю може вийти на довільному поверсі, починаючи з другого.
  1. Знайдіть імовірність того, що всі особи вийдуть на шостому поверсі.
  2. Знайдіть імовірність того, що всі особи вийдуть на різних поверхах.

**Варіант 2****Базовий рівень**

Завдання 1–6 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. У пакеті лежать 9 шоколадних і 6 карамельних цукерок. Знайдіть ймовірність того, що перша навмання взята із пакета цукерка буде шоколадною.

| А             | Б             | В             | Г             | Д              |
|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{15}$ |

2. У кошику лежать 4 зелених і 8 жовтих яблук. Знайдіть ймовірність того, що перше навмання взятє з кошика яблуко буде зеленим або жовтим.

| А | Б | В              | Г              | Д             |
|---|---|----------------|----------------|---------------|
| 1 | 0 | $\frac{1}{32}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{2}$ |

3. На уроці геометрії 7 учнів 11 класу отримали такі оцінки у балах: 10, 8, 10, 7, 9, 6, 10. Знайдіть медіану цієї вибірки.

| А | Б  | В | Г | Д |
|---|----|---|---|---|
| 6 | 10 | 8 | 7 | 9 |

4. Опитавши 11 випадково вибраних учнів, що беруть участь у шкільних змаганнях із легкої атлетики, про їх вік, отримали такі результати у роках: 14, 17, 14, 16, 14, 16, 17, 13, 17, 15, 14. Знайдіть моду цієї вибірки.

| А  | Б  | В  | Г  | Д  |
|----|----|----|----|----|
| 16 | 17 | 13 | 14 | 15 |

5. У команді 7 шахістів. Середній вік чотирьох із цих шахістів становить 35 років, а середній вік решти трьох — 21 рік. Знайдіть середній вік гравців цієї команди.

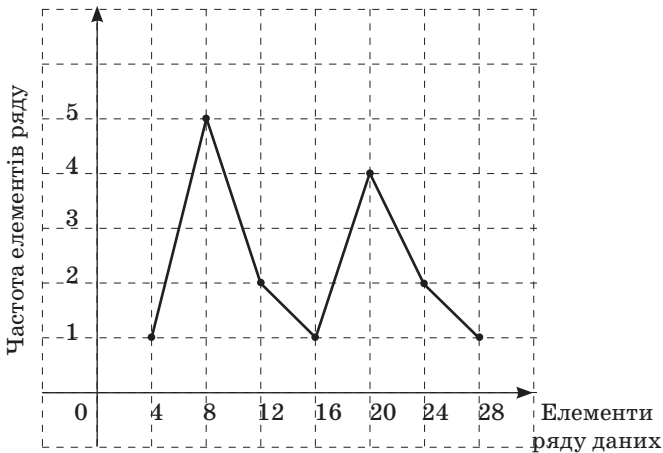
| А        | Б       | В        | Г        | Д       |
|----------|---------|----------|----------|---------|
| 28 років | 8 років | 29 років | 30 років | 42 роки |

6. На кожній із п'яти карток написана одна з букв Т, О, К, А, Ч. Знайдіть ймовірність того, що коли витягати навмання по одній картці, то вони будуть йти в такій послідовності, що утвориться слово «ТОЧКА».

|                |                |               |                |                 |
|----------------|----------------|---------------|----------------|-----------------|
| А              | Б              | В             | Г              | Д               |
| $\frac{1}{40}$ | $\frac{1}{25}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{24}$ | $\frac{1}{120}$ |

Завдання 7 передбачає встановлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку відповідей на перетині відповідних рядків (цифри) і стовпців (букви).

7. На рисунку зображено полігон частот певного ряду даних, на якому по осі абсцис позначені елементи цього ряду, а по осі ординат — їх частоти. Установіть відповідність між характеристиками (1–4) цього ряду даних та їх числовими значеннями (А–Д).



|   |                  |   |    |
|---|------------------|---|----|
| 1 | Мода             | А | 24 |
| 2 | Медіана          | Б | 16 |
| 3 | Розмах           | В | 15 |
| 4 | Середнє значення | Г | 14 |
|   |                  | Д | 8  |

*Розв'яжіть завдання 8–10. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

8. У шухляді лежить 50 карток, пронумерованих числами від 1 до 50. Навмання витягають одну картку.
1. Знайдіть ймовірність того, що число, записане на цій картці, буде простим.
2. Знайдіть ймовірність того, що число, записане на цій картці, буде двоцифровим і кратним 7.
9. Задано ряд даних: 15; 25;  $x$ ;  $y$ ;  $y$ . Число 40 є модою, а число 35 — медіаною цього ряду даних. Знайдіть середнє значення цього ряду даних.
10. У ящику лежить 18 червоних і деяка кількість синіх кульки. Імовірність того, що перша навмання взята кулька виявиться синьою, дорівнює  $\frac{4}{7}$ . Скільки всього кульок у ящику?

### **Поглиблений рівень**

*Розв'яжіть завдання 11. Одержану відповідь запишіть у зошиті та бланку відповідей.*

11. У коробці лежить 25 карток, пронумерованих числами від 1 до 25. Знайдіть ймовірність того, що сума чисел, записаних на двох навмання виїнятих картках, буде парним числом і не більшим від 18.

*Розв'язання завдання 12 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, із яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками, схемами, таблицями.*

12. На першому поверсі дев'ятиповерхового будинку до ліфту ввійшло 3 особи, кожна з яких з однаковою ймовірністю може вийти на довільному поверсі, починаючи з другого.
  1. Знайдіть імовірність того, що всі особи вийдуть на одному і тому самому поверсі.
  2. Знайдіть імовірність того, що всі особи вийдуть на різних поверхах.

# ВІДПОВІДІ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ДО ЗАВДАНЬ

## РОЗДІЛ 1. Числа і вирази

### ТЕСТ 1

Дійсні числа. Числові множини. Раціональні вирази  
та їх перетворення

#### Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Д | Б | Г | Д | Г |

|             |                       |                      |      |      |    |
|-------------|-----------------------|----------------------|------|------|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                    | 9    | 10   | 11 |
| Відповідь   | 1-Б, 2-Г,<br>3-Д, 4-А | 1. 2, 5.<br>2. 1, 25 | 0,04 | -144 | -7 |

### Розв'язання

$$\text{Завдання 10. } A = \left( \frac{a+3}{a-3} - \frac{a-3}{a+3} \right) : \frac{3a^2}{8a^2-72} = \frac{12a \cdot 8 \cdot (a^2-9)}{(a^2-9) \cdot 3a^2} = \frac{32}{a}.$$

$$\text{При } a = -\frac{2}{9} \quad A = -\frac{32}{\frac{2}{9}} = -144.$$

**Завдання 11.** Поділимо рівність  $x^2 + 3xy - 28y^2 = 0$  на  $y^2 \neq 0$ , дістанемо  $\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{x}{y}\right) - 28 = 0$ , звідки маємо:  $\frac{x}{y} = -7$  або  $\frac{x}{y} = 4$ . Із здобутих значень вибираємо найменше, маємо:  $\frac{x}{y} = -7$ .

### Завдання 12

$$\begin{aligned} & \frac{a^2+2a+4}{a^2+2a} : \left( \frac{a-2}{2a+4} - \frac{a+2}{a^2-2a} - \frac{3a+2}{4-a^2} \right) = \\ & = \frac{a^2+2a+4}{a(a+2)} : \left( \frac{a-2}{2(a+2)} - \frac{a+2}{a(a-2)} + \frac{3a+2}{(a-2)(a+2)} \right) = \end{aligned}$$



$$= \frac{a^2 + 2a + 4}{a(a+2)} : \frac{a^3 - 4a^2 + 4a - 2a^2 - 8a - 8 + 6a^2 + 4a}{2a(a+2)(a-2)} = \frac{a^2 + 2a + 4}{a(a+2)} \cdot \frac{2a(a+2)(a-2)}{a^3 - 8} =$$

$$= \frac{(a^2 + 2a + 4) \cdot 2a(a+2)(a-2)}{a(a+2)(a-2)(a^2 + 2a + 4)} = 2,$$

що й потрібно було довести.

Множина допустимих значень змінної:

$$a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty).$$

## Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Д | Г | А | В | Б | Г |

|             |                       |                     |       |    |      |
|-------------|-----------------------|---------------------|-------|----|------|
| Завдання, № | 7                     | 8                   | 9     | 10 | 11   |
| Відповідь   | 1-В, 2-Г,<br>3-А, 4-Д | 1. 22,5.<br>2. -7,5 | 0,125 | 56 | 1,75 |

Завдання 12.  $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; 4) \cup (4; +\infty).$

## ТЕСТ 2

### Ірраціональні вирази та їх перетворення

#### Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | Г | В | Г | Д | В |

|             |                       |                    |        |     |     |
|-------------|-----------------------|--------------------|--------|-----|-----|
| Завдання, № | 7                     | 8                  | 9      | 10  | 11  |
| Відповідь   | 1-Г, 2-В,<br>3-Д, 4-А | 1. -0,5.<br>2. 0,2 | -0,016 | -15 | 0,8 |

## Розв'язання

### Завдання 10

$$A = \sqrt{36x^2 - 12x + 1} + (\sqrt{6x} - 4)(\sqrt{6x} + 4) = |6x - 1| + 6x - 16 = \begin{cases} 12x - 17, & x \geq \frac{1}{6}, \\ -15, & x < \frac{1}{6}. \end{cases}$$

Оскільки  $x = 0,14 = \frac{7}{50} < \frac{1}{6}$ , то при  $x = 0,14$   $A = -15$ .

## Завдання 11

$$\frac{\sqrt{11-4\sqrt{7}}+\sqrt{67+12\sqrt{7}}}{\sqrt{175}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} + \sqrt{(2+3\sqrt{7})^2}}{5\sqrt{7}} =$$

$$= \frac{|\sqrt{7}-2|+2+3\sqrt{7}}{5\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}-2+2+3\sqrt{7}}{5\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{5\sqrt{7}} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

## Завдання 12

$$\frac{\left(\left(\sqrt[4]{2a} + \sqrt[4]{3}\right)^2 - \left(\sqrt[4]{2a} - \sqrt[4]{3}\right)^2\right)^2 - 32a - 12}{8a - 3} + \frac{\sqrt{200a} - \sqrt{27}}{2(2a)^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{1}{2}}} =$$

$$= \frac{\left(2\sqrt[4]{3} \cdot 2\sqrt[4]{2a}\right)^2 - 32a - 12}{\left(2\sqrt[4]{2a} - \sqrt[4]{3}\right)\left(2\sqrt[4]{2a} + \sqrt[4]{3}\right)} + \frac{10\sqrt{2a} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2a} + \sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{6a} - 32a - 12}{\left(2\sqrt[4]{2a} + \sqrt[4]{3}\right)\left(2\sqrt[4]{2a} - \sqrt[4]{3}\right)} + \frac{10\sqrt{2a} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2a} + \sqrt{3}} =$$

$$= \frac{-4\left(2\sqrt[4]{2a} - \sqrt[4]{3}\right)^2}{\left(2\sqrt[4]{2a} + \sqrt[4]{3}\right)\left(2\sqrt[4]{2a} - \sqrt[4]{3}\right)} + \frac{10\sqrt{2a} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2a} + \sqrt{3}} = \frac{-8\sqrt{2a} + 4\sqrt{3} + 10\sqrt{2a} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2a} + \sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2a} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2a} + \sqrt{3}} = 1,$$

що й потрібно було довести.

## Варіант 2

|             |                       |                       |        |     |     |   |
|-------------|-----------------------|-----------------------|--------|-----|-----|---|
| Завдання, № | 1                     | 2                     | 3      | 4   | 5   | 6 |
| Відповідь   | Г                     | А                     | Д      | Г   | Б   | Г |
| Завдання, № | 7                     | 8                     | 9      | 10  | 11  |   |
| Відповідь   | 1-Б, 2-Д,<br>3-Б, 4-А | 1. -0,75.<br>2. 0,125 | -0,125 | -63 | 0,4 |   |

## ТЕСТ 3

## Тригонометричні вирази та їх перетворення

## Варіант 1

|             |                       |                      |   |      |       |   |
|-------------|-----------------------|----------------------|---|------|-------|---|
| Завдання, № | 1                     | 2                    | 3 | 4    | 5     | 6 |
| Відповідь   | Б                     | Д                    | Г | Д    | Г     | Б |
| Завдання, № | 7                     | 8                    | 9 | 10   | 11    |   |
| Відповідь   | 1-Б, 2-А,<br>3-Г, 4-Д | 1. -0,6.<br>2. -0,28 | 7 | 0,05 | 0,955 |   |

**Розв'язання**

$$\text{Завдання 10. } \frac{\sin 2^\circ \sin 88^\circ}{10 \cos 86^\circ} = \frac{\sin 2^\circ \cos 2^\circ}{10 \sin 4^\circ} = \frac{\sin 4^\circ}{20 \sin 4^\circ} = \frac{1}{20} = 0,05.$$

**Завдання 11**

$$\sin^4 \gamma + \cos^4 \gamma = (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma)^2 - 2 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\gamma = 1 - 0,045 = 0,955.$$

**Завдання 12**

$$A = \left( \frac{1}{\cos(2\pi + 6\alpha)} - \frac{1}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 18\alpha\right)} \right) \cdot \frac{\sin(\pi - 21\alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 15\alpha\right)}{\cos^2(\pi + 6\alpha) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + 6\alpha\right)} =$$

$$= \left( \frac{1}{\cos 6\alpha} + \frac{1}{\cos 18\alpha} \right) \cdot \frac{\sin 21\alpha - \sin 15\alpha}{\cos^2 6\alpha - \sin^2 6\alpha} = \frac{2 \cos 12\alpha \cos 6\alpha \cdot 2 \sin 3\alpha \cos 18\alpha}{\cos 6\alpha \cos 18\alpha \cos 12\alpha} = 4 \sin 3\alpha.$$

При  $\alpha = \frac{1}{3} \arccos \frac{3}{5}$  маємо:  $A = 4 \sin\left(\arccos \frac{3}{5}\right) = 4 \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{16}{5} = 3,2.$

Відповідь.  $4 \sin 3\alpha$ ; 3,2.

**Варіант 2**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Д | Б | В | Д | Д |

|             |                       |                      |     |     |      |
|-------------|-----------------------|----------------------|-----|-----|------|
| Завдання, № | 7                     | 8                    | 9   | 10  | 11   |
| Відповідь   | 1-А, 2-В,<br>3-Д, 4-Б | 1. -0,8.<br>2. -0,96 | -13 | -18 | -4,4 |

**Розв'язання****Завдання 11**

$$A = 2\sqrt{5}(\sin^3 \gamma + \cos^3 \gamma) = 2\sqrt{5}(\sin \gamma + \cos \gamma)(\sin^2 \gamma - \sin \gamma \cos \gamma + \cos^2 \gamma) =$$

$$= 2\sqrt{5}(\sin \gamma + \cos \gamma) \left( 1 - \frac{1}{2} \sin 2\gamma \right) = 2,2\sqrt{5}(\sin \gamma + \cos \gamma).$$

Оскільки  $\sin 2\gamma = -0,2$ , то  $1 + \sin 2\gamma = 0,8$ , тобто  $(\sin \gamma + \cos \gamma)^2 = 0,8$ , звідки  $\sin \gamma + \cos \gamma = \sqrt{0,8}$  або  $\sin \gamma + \cos \gamma = -\sqrt{0,8}$ .

При  $\frac{3\pi}{4} < \gamma < \pi$   $\sin \gamma > 0$  і  $|\sin \gamma| < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cos \gamma < 0$  і  $|\cos \gamma| > \frac{\sqrt{2}}{2}$ , отже,

$$\sin \gamma + \cos \gamma < 0.$$

Маємо:  $A = -2,2\sqrt{5} \cdot \sqrt{0,8} = -4,4.$

**Завдання 12.**  $-4 \sin 2\alpha$ ;  $-2,4.$

## ТЕСТ 4

## Логарифмічні вирази та їх перетворення

## Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Д | В | Г | Б | В |

|             |                       |                   |    |     |      |
|-------------|-----------------------|-------------------|----|-----|------|
| Завдання, № | 7                     | 8                 | 9  | 10  | 11   |
| Відповідь   | 1-Б, 2-В,<br>3-А, 4-Г | 1. 14.<br>2. 14,5 | 12 | 318 | 4,25 |

## Розв'язання

## Завдання 10

$$9^{2-\log_{\frac{1}{3}} 2} - (\sqrt{10})^{\lg 36} = 9^{2+\log_3 2} - (\sqrt{10})^{2\lg 6} = 81 \cdot 3^{2\log_3 2} - 10^{\lg 6} = 81 \cdot 4 - 6 = 318.$$

## Завдання 11

## Спосіб 1

Оскільки  $\log_x y = 2,5$ , то  $y = x^{2,5}$ , тоді

$$\begin{aligned} \log_{\frac{\sqrt{x}}{y}} \frac{x^2}{y} - \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \frac{x\sqrt{x}}{y} &= \log_{\frac{\sqrt{x}}{x^{2,5}}} \frac{x^2}{x^{2,5}} - \log_{\frac{\sqrt{x^{2,5}}}{x}} \frac{x\sqrt{x}}{x^{2,5}} = \\ &= \log_{x^{-2}} x^{-0,5} - \log_{\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}} x^{-1} = \frac{-0,5}{-2} - \frac{-1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} + 4 = 4,25. \end{aligned}$$

## Спосіб 2

$$\begin{aligned} A = \log_{\frac{\sqrt{x}}{y}} \frac{x^2}{y} - \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \frac{x\sqrt{x}}{y} &= \frac{\log_x \frac{x^2}{y}}{\log_x \frac{\sqrt{x}}{y}} + \frac{\log_x \frac{x\sqrt{x}}{y}}{\log_x \frac{x}{\sqrt{y}}} = \frac{2 - \log_x y}{\frac{1}{2} - \log_x y} + \frac{\frac{3}{2} - \log_x y}{1 - \frac{1}{2} \log_x y} = \\ &= \frac{4 - 2\log_x y}{1 - 2\log_x y} + \frac{3 - 2\log_x y}{2 - \log_x y}. \end{aligned}$$

Нехай  $\log_x y = a$ , де  $a = 2,5$ , тоді вираз  $A$  набуває вигляду

$$\frac{4 - 2a}{1 - 2a} + \frac{3 - 2a}{2 - a} = \frac{6a^2 - 16a + 11}{(1 - 2a)(2 - a)} = \frac{6 \cdot 6,25 - 16 \cdot 2,5 + 11}{-4 \cdot (-0,5)} = 4,25.$$

## Завдання 12

$$A = \frac{\sqrt{\log_{a+2}^2 p \log_{a+3} p + \log_{a+2} p \log_{a+3}^2 p}}{\log_{\frac{1}{a+2}} p \log_{\frac{1}{a+3}} p} = \frac{\sqrt{\log_{a+2} p \log_{a+3} p (\log_{a+2} p + \log_{a+3} p)}}{\log_{a+2} p \log_{a+3} p} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{\log_{a+2} p + \log_{a+3} p}{\log_{a+2} p \log_{a+3} p}} = \sqrt{\frac{1}{\log_{a+2} p} + \frac{1}{\log_{a+3} p}} = \sqrt{\log_p (a+2) + \log_p (a+3)} = \\
 &= \sqrt{\log_p (a^2 + 5a + 6)} = \sqrt{\log_p p^2} = \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

Відповідь.  $\sqrt{2}$ .

### Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | Г | Д | В | Д | Г |

|             |                       |                   |      |     |        |
|-------------|-----------------------|-------------------|------|-----|--------|
| Завдання, № | 7                     | 8                 | 9    | 10  | 11     |
| Відповідь   | 1-Б, 2-В,<br>3-А, 4-Д | 1. 12.<br>2. 10,5 | 0,05 | 997 | -1,375 |

Завдання 12.  $\sqrt{6}$ .

### ТЕСТ 5

#### Відсотки. Відсоткові розрахунки

### Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | А | Г | Б | Д | Г |

|             |                       |                    |     |     |    |
|-------------|-----------------------|--------------------|-----|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                  | 9   | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-Г, 2-В,<br>3-Д, 4-А | 1. 540.<br>2. 62,5 | 150 | 252 | 8  |

### Розв'язання

**Завдання 10.** Нехай маса першого розчину дорівнює  $x$  г, тоді маса другого розчину —  $(630 - x)$  г. У першому розчині маса речовини дорівнює  $0,35x$  г, у другому —  $0,1(630 - x)$  г. Після того, як ці розчини змішали, дістали розчин, маса речовини в якому дорівнює  $0,35x + 0,1(630 - x)$  г, що за умовою задачі дорівнює  $630 \cdot 0,2$  г.

Складемо рівняння:

$$0,35x + 0,1(630 - x) = 630 \cdot 0,2,$$

звідки  $x = 252$ .

**Завдання 11.** Нехай відсоток, під який вкладник поклав до банку гроші, дорівнює  $x$  %. Тоді наприкінці першого року на рахунку вкладника було  $(8000 + 80x)$  грн. Після того, як вкладник зняв із рахунку 1040 грн, на його рахунку стало  $(6960 + 80x)$  грн. Через рік на рахунку вкладника стало

$$(6960 + 80x + (69,6 + 0,8x)x) \text{ грн,}$$

що за умовою задачі дорівнює 8208 грн.

Складемо рівняння:

$$6960 + 80x + (69,6 + 0,8x)x = 8208,$$

$$0,8x^2 + 149,6x - 1248 = 0, \quad x^2 + 187x - 1560 = 0,$$

звідки  $x = 8$ .

**Завдання 12.** Нехай відсотковий уміст золота в другому злитку становить  $n\%$ , тоді в першому —  $2n\%$ . Нехай маса першого злитку дорівнює  $x$ , маса другого злитку —  $y$ , тоді маса золота в першому злитку становить  $\frac{2nx}{100}$ , у другому —  $\frac{ny}{100}$ . Якщо ці злитки сплавити, то в новому злитку золота буде

$$\left( \frac{2nx}{100} + \frac{ny}{100} \right),$$

що за умовою задачі дорівнює  $0,3(x+y)$ . Складемо рівняння:

$$\frac{2nx}{100} + \frac{ny}{100} = 0,3(x+y) \quad \text{або} \quad 2nx + ny = 30(x+y).$$

Якщо сплавити рівні за масою злитки (нехай маса кожного злитку дорівнюватиме  $y \neq 0$ ), то в новому злитку маса золота становитиме

$$\frac{2ny}{100} + \frac{ny}{100} = \frac{3ny}{100},$$

що за умовою задачі дорівнює  $\frac{1}{4} \cdot 2y = \frac{y}{2}$ . Складемо рівняння:  $\frac{3ny}{100} = \frac{y}{2}$ ,

звідки  $n = \frac{50}{3}$ .

Підставимо це значення в перше рівняння, дістанемо:

$$\frac{50}{3}(2x+y) = 30(x+y), \quad 5(2x+y) = 9(x+y),$$

звідки маємо:  $x = 4y$ . Отже, маса першого злитку в 4 рази більша за масу другого злитку.

*Відповідь.* У 4 рази.

## Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | А | Г | Б | Д | В | Д |

|             |                       |                    |     |     |    |
|-------------|-----------------------|--------------------|-----|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                  | 9   | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-А, 2-Д,<br>3-Б, 4-Г | 1. 1020.<br>2. 125 | 125 | 630 | 9  |

**Завдання 12.** У 3 рази.

## РОЗДІЛ 2. Рівняння, нерівності та їх системи

### ТЕСТ 1

#### Раціональні рівняння, нерівності та їх системи

#### Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | Д | Г | В | Д | В |

|             |                       |                  |       |       |    |
|-------------|-----------------------|------------------|-------|-------|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9     | 10    | 11 |
| Відповідь   | 1-Д, 2-А,<br>3-Б, 4-В | 1. -32.<br>2. 12 | 121,5 | -8,75 | 30 |

#### Розв'язання

**Завдання 10.** Оскільки в лівій частині рівняння

$$\frac{2x-1}{2x+3} + \frac{2x+3}{2x-1} = 2\frac{1}{2}$$

маємо суму взаємно обернених виразів, то  $\frac{2x-1}{2x+3} = 2$  або  $\frac{2x-1}{2x+3} = \frac{1}{2}$ .

1)  $\frac{2x-1}{2x+3} = 2$ ,  $2x-1 = 4x+6$ , звідки  $x = -3,5$ ;

2)  $\frac{2x-1}{2x+3} = \frac{1}{2}$ ,  $4x-2 = 2x+3$ , звідки  $x = 2,5$ .

Добуток коренів дорівнює  $-3,5 \cdot 2,5 = -8,75$ .

**Завдання 11.** Оскільки  $|x^2+1| = x^2+1$ , то нерівність

$$|24+5x-x^2| + |x^2+1| \leq 5x+25$$

набуває вигляду

$$|-x^2+5x+24| \leq -x^2+5x+24.$$

Ця нерівність справджується, якщо  $-x^2+5x+24 \geq 0$ , звідки маємо:  $x \in [-3; 8]$ .

Сума цілих розв'язків нерівності дорівнює:

$$-3-2-1+0+1+2+3+4+5+6+7+8 = 30.$$

**Завдання 12.** Розглянемо нерівність  $ax^2 + (a+6)x + 0,5a + 3 \leq 0$  при  $a = 0$ , маємо:  $6x + 3 \leq 0$ , звідки  $x \leq -0,5$ .

Розглянемо нерівність  $ax^2 + (a+6)x + 0,5a + 3 \leq 0$  при  $a \neq 0$ .

Розв'яжемо рівняння

$$ax^2 + (a+6)x + 0,5a + 3 = 0. \quad D = a^2 + 12a + 36 - 2a^2 - 12a = 36 - a^2.$$

Рівняння матиме корені при  $a \in [-6; 6]$ .

При  $a = -6$  подана нерівність набуває вигляду  $-6x^2 \leq 0$ . Ця нерівність правильна при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .

При  $a=6$  подана нерівність набуває вигляду  $6x^2+12x+6 \leq 0$ ,  $(x+1)^2 \leq 0$ . Ця нерівність правильна при  $x=-1$ .

При  $a \in (-\infty; -6)$  подана нерівність правильна при  $x \in (-\infty; +\infty)$ .

При  $a \in (6; +\infty)$  нерівність не має розв'язків.

При  $a \in (-6; 0)$   $x \in \left(-\infty; -\frac{a+6-\sqrt{36-a^2}}{2a}\right] \cup \left[-\frac{a+6+\sqrt{36-a^2}}{2a}; +\infty\right)$ ;

при  $a \in (0; 6)$   $x \in \left[-\frac{a+6+\sqrt{36-a^2}}{2a}; -\frac{a+6-\sqrt{36-a^2}}{2a}\right)$ .

### Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Д | В | Д | Г | Б | Д |

|             |                       |                 |       |       |     |
|-------------|-----------------------|-----------------|-------|-------|-----|
| Завдання, № | 7                     | 8               | 9     | 10    | 11  |
| Відповідь   | 1-Б, 2-А,<br>3-Д, 4-Г | 1. 47.<br>2. 13 | -12,8 | -3,78 | -30 |

**Завдання 12.** При  $a \in (-\infty; -4)$  розв'язків немає; при  $a=-4$   $x=0$ ; при  $a \in (-4; 0)$

$$x \in \left[\frac{a+4+\sqrt{16-a^2}}{a}; \frac{a+4-\sqrt{16-a^2}}{a}\right);$$

при  $a=0$   $x \in (-\infty; 1]$ ; при  $a \in (0; 4)$

$$x \in \left(-\infty; \frac{a+4-\sqrt{16-a^2}}{a}\right) \cup \left[\frac{a+4+\sqrt{16-a^2}}{a}; +\infty\right);$$

при  $a \in [4; +\infty)$   $x \in (-\infty; +\infty)$ .

### ТЕСТ 2

#### Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи

#### Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Д | Д | В | Б | В |

|             |                       |                 |    |      |    |
|-------------|-----------------------|-----------------|----|------|----|
| Завдання, № | 7                     | 8               | 9  | 10   | 11 |
| Відповідь   | 1-В, 2-Б,<br>3-Д, 4-А | 1. -5.<br>2. -6 | -8 | -128 | 9  |



**Розв'язання****Завдання 10**

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt{y} = 2, & \sqrt[3]{x} = 2 - \sqrt{y}, \\ \frac{\sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt{y}} = \frac{2}{3}; & \left\{ \begin{array}{l} \frac{2 - \sqrt{y}}{1 - \sqrt{y}} = \frac{2}{3}; \\ \sqrt[3]{x} = 2 - \sqrt{y}, \\ 6 - 3\sqrt{y} = 2 - 2\sqrt{y}; \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{x} = 2 - \sqrt{y}, \\ 6 - 3\sqrt{y} = 2 - 2\sqrt{y}; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{x} = 2 - \sqrt{y}, \\ \sqrt{y} = 4; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{x} = -2, \\ \sqrt{y} = 4; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -8, \\ y = 16. \end{array} \right.$$

Добуток розв'язків дорівнює  $-8 \cdot 16 = -128$ .

**Завдання 11.** Нерівність  $\sqrt{3x+22} \leq x-2$  рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} x-2 \geq 0, \\ 3x+22 \geq 0, \\ 3x+22 \leq x^2-4x+4; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 2, \\ x \geq -\frac{22}{3}, \\ x^2-7x-18 \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2, \\ (x-9)(x+2) \geq 0; \end{cases} \quad x \in [9; +\infty).$$

Найменший розв'язок нерівності дорівнює 9.

**Завдання 12. Розв'язання**

Рівняння  $\frac{\sqrt{x^2-3x+x-3a}}{x-3} = 0$  рівносильне системі

$$\begin{cases} x \neq 3, \\ \sqrt{x^2-3x} = 3a-x; \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 3, \\ x \leq 3a, \\ x^2-3x = 9a^2-6ax+x^2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 3, \\ x \leq 3a, \\ 2ax-x = 3a^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 3, \\ x \leq 3a, \\ (2a-1)x = 3a^2; \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 3, \\ x \leq 3a, \\ x = \frac{3a^2}{2a-1}. \end{cases}$$

Знайдемо значення параметра  $a$ , при яких виконується подана система.

$$\begin{cases} \frac{3a^2}{2a-1} \leq 3a, \\ \frac{3a^2}{2a-1} \neq 3; \end{cases} \quad a \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty).$$

**Відповідь.** При  $a \in (-\infty; 0) \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right]$  коренів немає; при  $a \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$

$$x = \frac{3a^2}{2a-1}.$$

## Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Г | Б | Г | Д | Д |

|             |                       |                 |    |     |    |
|-------------|-----------------------|-----------------|----|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8               | 9  | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-А, 2-Б,<br>3-Г, 4-Б | 1. -6.<br>2. -7 | -9 | 108 | 17 |

Завдання 12. При  $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[-\frac{1}{4}; 0\right)$  коренів немає;

при  $a \in \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right) \cup [0; +\infty)$   $x = \frac{a^2}{4a+1}$ .

## ТЕСТ 3

## Тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи

## Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | Д | Г | В | Д | Б |

|             |                       |                |      |      |    |
|-------------|-----------------------|----------------|------|------|----|
| Завдання, № | 7                     | 8              | 9    | 10   | 11 |
| Відповідь   | 1-В, 2-Б,<br>3-А, 4-Д | 1. 5.<br>2. 11 | -120 | -240 | 90 |

## Розв'язання

## Завдання 11

$$4\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \geq 2 - \sqrt{2}, \quad 2 - 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq 2 - \sqrt{2}, \quad \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{7\pi}{4} + 2\pi n, \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq 2\pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Найменший розв'язок нерівності у градусах дорівнює 90.

## Завдання 12

$$\begin{cases} \sin x \cos y = a^2 - 2a, \\ \cos x \sin y = a^2 + 2a; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin(x+y) = 2a^2, \\ \sin(x-y) = -4a. \end{cases}$$

Система рівнянь матиме розв'язки за умови виконання системи нерівностей:

$$\begin{cases} 2a^2 \leq 1, \\ -1 \leq 4a \leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq a \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ -\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{4}, \end{cases} \quad a \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right].$$

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 2a^2, & \begin{cases} x+y = (-1)^n \cdot \arcsin 2a^2 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sin(x-y) = -4a; & \begin{cases} x-y = (-1)^{k+1} \arcsin 4a + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \\ x = \frac{1}{2} \left( (-1)^n \arcsin 2a^2 + \pi n + (-1)^{k+1} \arcsin 4a + \pi k \right), \\ y = \frac{1}{2} \left( (-1)^n \arcsin 2a^2 + \pi n + (-1)^k \arcsin 4a - \pi k \right). \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Відповідь. При  $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$  розв'язків немає; при

$$a \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right] \left( \frac{1}{2} \left( (-1)^n \arcsin 2a^2 + (-1)^{k+1} \arcsin 4a \right) + \frac{\pi}{2}(k+n); \right. \\ \left. \frac{1}{2} \left( (-1)^n \arcsin 2a^2 + (-1)^k \arcsin 4a \right) - \frac{\pi}{2}(k+n) \right), k, n \in \mathbb{Z}.$$

## Варіант 2

| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Відповідь   | А | Г | Д | Б | Д | В |

| Завдання, № | 7                     | 8               | 9  | 10   | 11   |
|-------------|-----------------------|-----------------|----|------|------|
| Відповідь   | 1-Д, 2-В,<br>3-Б, 4-А | 1. 10.<br>2. 21 | 30 | -150 | -120 |

Завдання 12. При  $a \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{8}; +\infty\right)$  розв'язків немає; при  $a \in \left[0; \frac{1}{8}\right]$

$$\left( \frac{\pi + \arccos 2\sqrt{a} - \arccos 8a}{2} + \pi(k+n); \frac{\pi - \arccos 2\sqrt{a} - \arccos 8a}{2} + \pi(k-n) \right)$$

$$\left( \frac{\pi - \arccos 2\sqrt{a} - \arccos 8a}{2} + \pi(k+n); \frac{\pi + \arccos 2\sqrt{a} - \arccos 8a}{2} + \pi(k-n) \right)$$

$$\left( \frac{\arccos 8a + \arccos 2\sqrt{a} - \pi}{2} + \pi(k+n); \frac{\arccos 8a - \arccos 2\sqrt{a} - \pi}{2} + \pi(k-n) \right)$$

$$\left( \frac{\arccos 8a - \arccos 2\sqrt{a} - \pi}{2} + \pi(k+n); \frac{\arccos 8a + \arccos 2\sqrt{a} - \pi}{2} + \pi(k-n) \right)$$

$$k, n \in \mathbb{Z}.$$

## ТЕСТ 4

## Показникові рівняння, нерівності та їх системи

## Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Д | В | Б | Г | Д |

|             |                       |                  |   |    |     |
|-------------|-----------------------|------------------|---|----|-----|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9 | 10 | 11  |
| Відповідь   | 1-В, 2-Д,<br>3-А, 4-Б | 1. -4.<br>2. -30 | 9 | 38 | -16 |

## Розв'язання

**Завдання 10.** Нерівність  $(0,3)^{\frac{x^2-8x+16}{x-6}} \leq 1$  рівносильна нерівності

$$\frac{x^2-8x+16}{x-6} \geq 0, \quad x \in \{4\} \cup (6; +\infty).$$

Знайдемо суму цілих розв'язків нерівності, що належать проміжку  $[-10; 10]$ :

$$4+7+8+9+10=38.$$

**Завдання 11.** Оскільки  $-1 < \cos 4 < 0$ , то  $0 < 1 + \cos 4 < 1$ , тоді система нерівностей

$$\begin{cases} (1 + \cos 4)^{\frac{x^2-4}{x+2}} \geq 1, \\ (x+6)(3^x - 81) \leq 0 \end{cases}$$

рівносильна системі

$$\begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} \leq 1, \\ (x+6)(3^x - 81) \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x-2 \leq 1, \\ x \neq -2, \\ x \leq 4, \\ x \geq -6, \end{cases} \quad x \in [-6; -2) \cup (-2; 3].$$

Сума цілих розв'язків системи дорівнює:

$$-6-5-4-3-1+1+2+3=-13.$$

**Завдання 12**

$$2 \cdot 9^x - (2a^2 - 5) \cdot 6^x + (3a^2 - 12) \cdot 4^x = 0.$$

Поділимо обидві частини рівняння на  $4^x$  ( $4^x \neq 0$  при будь-якому значенні  $x$ ), дістанемо рівняння

$$2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - (2a^2 - 5) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 3a^2 - 12 = 0.$$

Позначимо  $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$ , тоді рівняння набуде вигляду

$$2t^2 - (2a^2 - 5)t + 3a^2 - 12 = 0.$$

$$D = 4a^4 - 20a^2 + 25 - 24a^2 + 96 = 4a^4 - 44a^2 + 121 = (2a^2 - 11)^2.$$

$$t_1 = \frac{2a^2 - 5 + 2a^2 - 11}{4} = a^2 - 4, \quad t_2 = \frac{2a^2 - 5 - 2a^2 + 11}{4} = \frac{3}{2}.$$

При  $a = \pm \frac{\sqrt{22}}{2}$  рівняння має один корінь  $x = \frac{3}{2}$ .

Отже,  $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2}$ , звідки  $x = 1$ ;

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = a^2 - 4,$$

звідки  $x = \log_{\frac{3}{2}}(a^2 - 4)$  при  $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

Відповідь. При

$$a \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{22}}{2}\right) \cup \left(-\frac{\sqrt{22}}{2}; -2\right) \cup \left(2; \frac{\sqrt{22}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{22}}{2}; +\infty\right)$$

$$x = 1, \quad x = \log_{\frac{3}{2}}(a^2 - 4);$$

при  $a \in \left\{-\frac{\sqrt{22}}{2}\right\} \cup (-2; 2) \cup \left\{\frac{\sqrt{22}}{2}\right\}$   $x = 1$ .

## Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | Д | В | Г | Д | Г |

|             |                       |                  |    |     |    |
|-------------|-----------------------|------------------|----|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9  | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-Г, 2-В,<br>3-А, 4-Д | 1. -5.<br>2. -26 | -8 | -48 | 31 |

Завдання 12. При

$$a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{30}}{5}\right) \cup \left(-\frac{3\sqrt{30}}{5}; -3\right) \cup \left(3; \frac{3\sqrt{30}}{5}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{30}}{5}; +\infty\right),$$

$$x = 1, \quad x = \log_{\frac{9}{5}}(a^2 - 9);$$

при  $a \in \left\{-\frac{3\sqrt{30}}{5}\right\} \cup (-3; 3) \cup \left\{\frac{3\sqrt{30}}{5}\right\}$   $x = 1$ .

## ТЕСТ 5

## Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи

## Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Д | А | Д | В | Г |

|             |                       |                |      |    |     |
|-------------|-----------------------|----------------|------|----|-----|
| Завдання, № | 7                     | 8              | 9    | 10 | 11  |
| Відповідь   | 1-Д, 2-А,<br>3-В, 4-Б | 1. 8.<br>2. 18 | 64,5 | 15 | 0,2 |

## Розв'язання

**Завдання 10.** Нерівність  $\log_5(x-3) + \log_5(x-1) \leq 1 + \log_5 3$  рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} x-3 > 0, \\ x-1 > 0, \\ \log_5(x^2 - 4x + 3) \leq \log_5 15; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3, \\ x^2 - 4x - 12 \leq 0, \end{cases} \quad x \in (3; 6].$$

Сума всіх цілих розв'язків нерівності дорівнює:  $4 + 5 + 6 = 15$ .

**Завдання 11**

$$\begin{cases} (x+y) \cdot 5^{y-x} = \frac{6}{625}, \\ 4 \log_6(x+y) = x-y; \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y) \cdot 5^{y-x} = \frac{6}{625}, \\ x+y = 6^{\frac{x-y}{4}}; \end{cases} \quad \begin{cases} 6^{\frac{x-y}{4}} \cdot 5^{y-x} = \frac{6}{625}, \\ x+y = 6^{\frac{x-y}{4}}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6^{\frac{x-y-4}{4}} = 5^{-4} \cdot 5^{x-y}, \\ x+y = 6^{\frac{x-y}{4}}; \end{cases} \quad \begin{cases} 6^{\frac{x-y-4}{4}} = 5^{x-y-4}, \\ x+y = 6^{\frac{x-y}{4}}; \end{cases} \quad \begin{cases} (\sqrt[4]{6})^{x-y-4} = 5^{x-y-4}, \\ x+y = 6^{\frac{x-y}{4}}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=4, \\ x+y=6; \end{cases} \quad \begin{cases} x=5, \\ y=1. \end{cases} \quad \frac{y_0}{x_0} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

**Завдання 12.** Рівняння  $\log_x(x^2 - a) = 1$  рівносильне системі

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \\ x^2 - a = x; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \\ x^2 - x - a = 0. \end{cases}$$

$$x^2 - x - a = 0.$$

Оскільки  $D = 1 + 4a$ , то рівняння має корені при  $a > -\frac{1}{4}$ :

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2} > 0 \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{1 + 4a}}{2}.$$

При  $a = -\frac{1}{4}$  рівняння має корінь  $x = \frac{1}{2}$ , який задовольняє системі

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

Визначимо, при яких значеннях параметра  $a$  корені рівняння задовольняють умови

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

$$\frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2} \neq 1,$$

звідки  $a \neq 0$ .

$$\begin{cases} \frac{1 - \sqrt{1 + 4a}}{2} > 0, \\ \frac{1 - \sqrt{1 + 4a}}{2} \neq 1; \end{cases} \quad -\frac{1}{4} < a < 0.$$

Відповідь. При  $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \{0\}$  коренів немає;

при  $a = -\frac{1}{4}$   $x = \frac{1}{2}$ ;

при  $a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right)$   $x_1 = \frac{1 - \sqrt{4a + 1}}{2}$ ,  $x_2 = \frac{1 + \sqrt{4a + 1}}{2}$ ;

при  $a \in (0; +\infty)$   $x = \frac{1 + \sqrt{4a + 1}}{2}$ .

## Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | В | Г | Д | Б | Д | В |

|             |                       |                  |       |    |       |
|-------------|-----------------------|------------------|-------|----|-------|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9     | 10 | 11    |
| Відповідь   | 1-Г, 2-Д,<br>3-Б, 4-А | 1. -9.<br>2. -15 | 625,2 | 22 | 0,375 |

Завдання 12. При  $a \in (-\infty; 0]$   $x = 1 + \sqrt{1 - a}$ ;

при  $a \in \left(0; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}; 1\right)$   $x_1 = 1 - \sqrt{1 - a}$ ,  $x_2 = 1 + \sqrt{1 - a}$ ;

при  $a = \frac{3}{4}$   $x = \frac{3}{2}$ ; при  $a \in [1; +\infty)$  коренів немає.

## ТЕСТ 6

## Текстові задачі

## Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | А | Г | Д | Д | В |

|             |                       |                  |    |    |    |
|-------------|-----------------------|------------------|----|----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9  | 10 | 11 |
| Відповідь   | 1-Д, 2-Б,<br>3-В, 4-А | 1. 75.<br>2. 150 | 40 | 3  | 27 |

## Розв'язання

**Завдання 11.** Нехай перший робітник зможе самостійно виконати все завдання за  $x$  год, другий — за  $y$  год. Тоді продуктивність першого робітника становить  $\frac{1}{x}$ , другого —  $\frac{1}{y}$ . Якщо перший робітник попрацює 3 год,

а другий — 6 год, то разом вони виконають  $\left(\frac{3}{x} + \frac{6}{y}\right)$  частину роботи, що за умовою задачі становить  $\frac{4}{9}$  усього завдання. Складемо рівняння:  $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{4}{9}$ .

Попрацювавши спільно ще 3 год, обидва робітники виконають  $\left(\frac{6}{x} + \frac{9}{y}\right)$  частину завдання, що за умовою задачі дорівнює  $\frac{13}{18}$  усього завдання.

Складемо рівняння  $\frac{6}{x} + \frac{9}{y} = \frac{13}{18}$ .

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{4}{9}, \\ \frac{6}{x} + \frac{9}{y} = \frac{13}{18}, \end{cases}$$

звідки дістанемо  $x = 27$ .

**Завдання 12.** Нехай коробок спочатку було  $x$  (за умовою  $x \geq 145$ ), деталей у кожній коробці —  $y$  (за умовою  $y > 8$ ). Отже, спочатку всього було  $xy$  деталей. Після того, як привезли на склад деталі, на ньому стало  $(18y + 8x)$  деталей, що на 2 деталі менше, ніж було на складі спочатку. Складемо систему:

$$\begin{cases} x \geq 145, \\ xy = 18y + 8x + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 145, \\ y > 8, \\ x = \frac{18y + 2}{y - 8}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 145, \\ y > 8, \\ \frac{18y + 2}{y - 8} \geq 145; \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \geq 145, \\ y > 8, \\ 18y + 2 \geq 145y - 1160; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 145, \\ y > 8, \\ 127y \leq 1162, \end{cases}$$

звідки дістанемо, що  $y = 9$  (за умовою  $y \in \mathbb{N}$ ).

Отже,  $x = 18 \cdot 9 + 2 = 164$ .

Відповідь. 164.

### Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | В | А | Б | Г | В |

|             |                       |                  |    |    |    |
|-------------|-----------------------|------------------|----|----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9  | 10 | 11 |
| Відповідь   | 1-А, 2-Д,<br>3-Б, 4-В | 1. 56.<br>2. 280 | 24 | 4  | 18 |

Завдання 12. 123.

## РОЗДІЛ 3. Функції

### ТЕСТ 1

#### Функції, їх властивості

### Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Д | Б | Г | В | Г | В |

|             |                       |                     |    |    |    |
|-------------|-----------------------|---------------------|----|----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                   | 9  | 10 | 11 |
| Відповідь   | 1-В, 2-Д,<br>3-Б, 4-Г | 1. -5.<br>2. -12,25 | 19 | 26 | 27 |

### Розв'язання

#### Завдання 10

$$y = \frac{\log_3(x-4)}{\log_{0,6}(10-x)}.$$

Область визначення функції знайдемо із системи нерівностей:

$$\begin{cases} x-4 > 0, \\ 10-x > 0, \\ 10-x \neq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 4, \\ x < 10, \\ x \neq 9. \end{cases}$$

Отже,  $D(y) = (4;9) \cup (9;10)$ .

Сума цілих значень змінної  $x$ , які належать до області визначення функції, дорівнює:  $5+6+7+8=26$ .

### Завдання 11

$$y = \left( \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^{3\sin x + 4\cos x - 1}.$$

Оскільки основа степеня менша, ніж 1, то найбільше значення функція набуватиме, коли показник — найменший.

$$3\sin x + 4\cos x - 1 = 5 \left( \frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) - 1 = 5\sin(x + \varphi) - 1,$$

де  $\varphi = \arccos \frac{3}{5}$ .

Отже, найменше значення виразу  $3\sin x + 4\cos x - 1$  дорівнює  $-6$ , тоді найбільше значення поданої функції дорівнює

$$\left( \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^{-6} = \left( 3^{\frac{1}{2}} \right)^{-6} = 3^3 = 27.$$

**Завдання 12. 1.** Графік функції наведено на рис. 1.

2.  $E(y) = (0;1) \cup (1;2)$ ; функція ні парна, ні непарна.

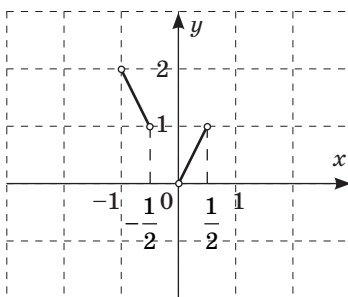


Рис. 1

### Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | В | Д | Б | Д | Д |

|             |                       |                |    |    |       |
|-------------|-----------------------|----------------|----|----|-------|
| Завдання, № | 7                     | 8              | 9  | 10 | 11    |
| Відповідь   | 1-Г, 2-Б,<br>3-Д, 4-А | 1. -4.<br>2. 9 | 57 | 18 | 0,125 |

**Завдання 12. 1.** Графік функції наведено на рис. 2.

2.  $E(y) = (1;2) \cup (2;+\infty)$ ; функція ні парна, ні непарна.

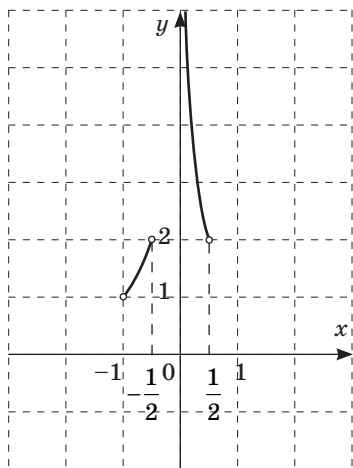


Рис. 2

## ТЕСТ 2

## Числові послідовності. Арифметична і геометрична прогресії

## Варіант 1

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | В | Д | Д | Б | В |

|             |                       |                       |     |     |    |
|-------------|-----------------------|-----------------------|-----|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                     | 9   | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-А, 2-Г,<br>3-Б, 4-Д | 1. -0,75.<br>2. 15,75 | 4,4 | 612 | 27 |

## Розв'язання

$$\text{Завдання 10. } S_{12} = \frac{2 \cdot 40 + 2 \cdot 11}{2} \cdot 12 = 612.$$

**Завдання 11.** Числа  $a$ ,  $a+d$ ,  $a+2d$  утворюють арифметичну прогресію, причому  $a+a+d+a+2d=18$ , звідки  $a+d=6$ .

Оскільки числа  $a+1$ ,  $9$ ,  $a+2d+17$  утворюють геометричну прогресію, то за її характеристичною властивістю дістанемо

$$(a+1)(a+2d+17) = 81.$$

Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} a+d=6, \\ (a+1)(a+2d+17)=81, \end{cases}$$

звідки маємо:  $a_1 = 26$  (не задовольняє умову задачі),  $a_2 = 2$ . Тоді  $d = 4$  і третій член геометричної прогресії дорівнює 27.

**Завдання 12**

$$\log_x b_n^2 - a_n = \log_x b_2^2 - a_2, \quad 2\log_x \frac{b_n}{b_2} = a_n - a_2, \quad 2\log_x \frac{b_1 q^{n-1}}{b_1 q} = a_1 + d(n-1) - a_1 - d,$$

$$2(n-2)\log_x q = d(n-2), \quad \log_x q = \frac{d(n-2)}{2(n-2)}, \quad \log_x q = \frac{d}{2}, \quad x = q^{\frac{2}{d}}. \quad S = \frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-q^{\frac{2}{d}}}.$$

Відповідь.  $\frac{1}{1-q^{\frac{2}{d}}}$ .

**Варіант 2**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Д | Г | Б | В | Д |

|             |                       |                         |    |     |    |
|-------------|-----------------------|-------------------------|----|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                       | 9  | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-Г, 2-Д,<br>3-Б, 4-А | 1. 0,375.<br>2. -31,875 | -9 | 903 | 36 |

Завдання 12.  $\frac{1}{1-q^{\frac{2d}{1}}}$ .

**ТЕСТ 3****Похідна та її застосування****Варіант 1**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | Д | Г | Д | В | Б |

|             |                       |                  |      |     |    |
|-------------|-----------------------|------------------|------|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9    | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-Д, 2-Б,<br>3-А, 4-В | 1. -16.<br>2. 24 | 14,8 | -11 | 75 |

**Розв'язання****Завдання 10**

$$y = x^3 + 9x^2 - 21x, \quad y' = 3x^2 + 18x - 21 = 3(x^2 + 6x - 7).$$

Знайдемо критичні точки функцій:

$$x^2 + 6x - 7 = 0, \quad x_1 = 1 \in [-2; 3], \quad x_2 = -7 \notin [-2; 3].$$

$$y(-2)=70; y(1)=-11; y(3)=45.$$

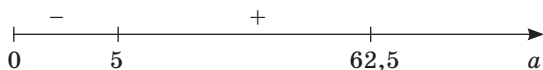
Найменше значення функції на поданому відрізку дорівнює  $-11$ .

**Завдання 11.** Нехай довжина сторони дна басейна дорівнює  $a$  м, а його висота —  $b$  м. За умовою об'єм басейна дорівнює  $62,5$  м<sup>3</sup>, отже,  $a^2b=62,5$ , тоді  $b=\frac{62,5}{a^2}$ .

На облицювання стін та дна басейна потрібно

$$S(a)=4ab+a^2=4a\cdot\frac{62,5}{a^2}+a^2=\frac{250}{a}+a^2.$$

$$S'(a)=-\frac{250}{a^2}+2a, S'(a)=0 \text{ при } a=5.$$



$$S(5)=50+25=75.$$

**Завдання 12. 1.** Функція зростає на кожному з проміжків  $(-\infty;0)$  і  $(6;+\infty)$ , спадає на кожному з проміжків  $(0;3)$  і  $(3;6)$ ;

$$f_{\min}=f(6)=12, f_{\max}=f(0)=0;$$

графік функції наведено на рис. 3.

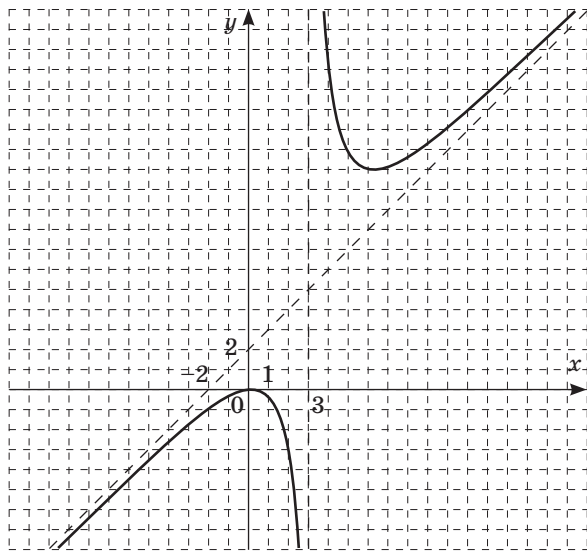


Рис. 3

2. Один корінь при  $a = 0$ ,  $a = 12$ ; два корені при

$$a \in (-\infty; 0) \cup (12; +\infty);$$

жодного кореня при  $a \in (0; 12)$ .

### Варіант 2

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Г | Д | Г | В | Б |

|             |                       |                  |      |    |    |
|-------------|-----------------------|------------------|------|----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                | 9    | 10 | 11 |
| Відповідь   | 1-Д, 2-Б,<br>3-Г, 4-В | 1. -18.<br>2. 42 | -9,8 | 8  | 54 |

**Завдання 12.** 1. Функція зростає на кожному з проміжків  $(-\infty; -4)$  і  $(0; +\infty)$ , спадає на кожному з проміжків  $(-4; -2)$  і  $(-2; 0)$ ;

$$f_{\min} = f(-4) = -8, \quad f_{\max} = f(0) = 0;$$

графік функції наведено на рис. 4.

2. Один корінь при  $a = -8$ ,  $a = 0$ ; два корені при

$$a \in (-\infty; -8) \cup (0; +\infty);$$

жодного кореня при  $a \in (-8; 0)$ .

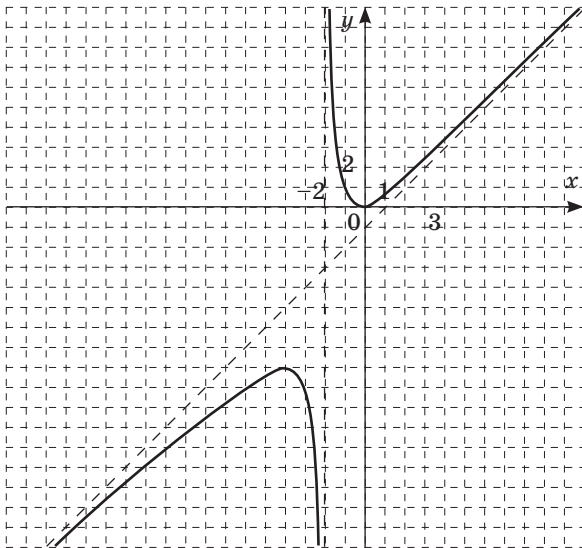


Рис. 3

**ТЕСТ 4****Інтеграл та його застосування****Варіант 1**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | В | Д | Г | Б | Г | В |

|             |                       |                |   |    |        |
|-------------|-----------------------|----------------|---|----|--------|
| Завдання, № | 7                     | 8              | 9 | 10 | 11     |
| Відповідь   | 1-А, 2-Д,<br>3-Г, 4-В | 1. 15.<br>2. 9 | 8 | 36 | -0,375 |

Завдання 12.  $e^2$ .**Варіант 2**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Д | Г | В | Д | Б | Г |

|             |                       |                 |    |    |       |
|-------------|-----------------------|-----------------|----|----|-------|
| Завдання, № | 7                     | 8               | 9  | 10 | 11    |
| Відповідь   | 1-В, 2-Б,<br>3-Д, 4-Г | 1. 42.<br>2. 18 | 12 | 36 | 0,625 |

Завдання 12.  $\frac{5 \ln 5 + 10 \ln 2 - 5}{\ln 10}$ .**РОЗДІЛ 4. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики****ТЕСТ 1****Елементи комбінаторики****Варіант 1**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | Г | А | Г | Д | В |

|             |                       |                 |    |                           |    |
|-------------|-----------------------|-----------------|----|---------------------------|----|
| Завдання, № | 7                     | 8               | 9  | 10                        | 11 |
| Відповідь   | 1-Д, 2-Б,<br>3-В, 4-А | 1. 96.<br>2. 90 | 15 | $C_7^3 \cdot C_5^3 = 350$ | 10 |

Завдання 12. (6;4).

**Варіант 2**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Г | Б | В | Б | Д | А |

|             |                       |                   |    |     |    |
|-------------|-----------------------|-------------------|----|-----|----|
| Завдання, № | 7                     | 8                 | 9  | 10  | 11 |
| Відповідь   | 1-А, 2-Г,<br>3-Д, 4-Б | 1. 600.<br>2. 576 | 18 | 700 | 12 |

Завдання 12. (16;11).

**ТЕСТ 2****Початки теорії ймовірностей та елементи статистики****Варіант 1**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Д | Г | В | Д | Б | В |

|             |                       |                       |    |    |     |
|-------------|-----------------------|-----------------------|----|----|-----|
| Завдання, № | 7                     | 8                     | 9  | 10 | 11  |
| Відповідь   | 1-Г, 2-Б,<br>3-В, 4-А | 1. 0,675.<br>2. 0,175 | 19 | 45 | 0,1 |

Завдання 12. 1.  $\frac{1}{10000}$ . 2.  $\frac{63}{125}$ .

**Варіант 2**

|             |   |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|
| Завдання, № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Відповідь   | Б | А | Д | Г | В | Д |

|             |                       |                    |    |    |      |
|-------------|-----------------------|--------------------|----|----|------|
| Завдання, № | 7                     | 8                  | 9  | 10 | 11   |
| Відповідь   | 1-Д, 2-Г,<br>3-А, 4-В | 1. 0,3.<br>2. 0,12 | 31 | 42 | 0,12 |

Завдання 12. 1.  $\frac{1}{81}$ . 2.  $\frac{56}{81}$ .