



РОЗВ'ЯЗКИ ДО ТРЕНУВАЛЬНИХ ВПРАВ

Заняття №5 «Множення вектора на число»

1) Дано вектор $\vec{a}(4; -6)$. Знайдіть:

- 1) $2\vec{a}$; 2) $-3\vec{a}$; 3) $4\vec{a}$; 4) $-\vec{a}$; 5) $0,5\vec{a}$; 6) $-10\vec{a}$.

Розв'язок

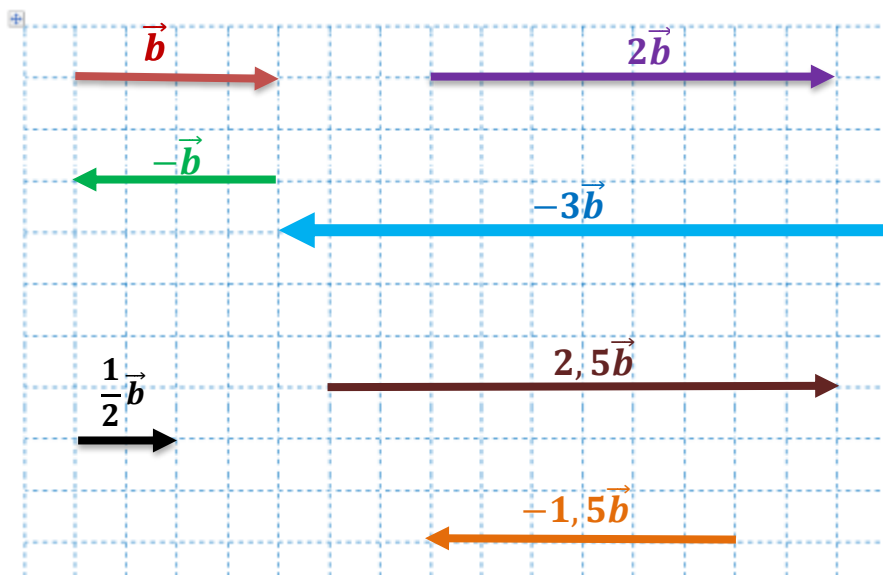
За допомогою правила множення вектора на число знайдемо координати шуканих векторів:

- 1) $2\vec{a} = 2(4; -6) = (2 \cdot 4; 2 \cdot (-6)) = \overline{(8; -12)}$;
2) $-3\vec{a} = -3(4; -6) = (-3 \cdot 4; -3 \cdot (-6)) = \overline{(-12; 18)}$;
3) $4\vec{a} = 4(4; -6) = (4 \cdot 4; 4 \cdot (-6)) = \overline{(16; -24)}$; ;
4) $-\vec{a} = -(4; -6) = (-1 \cdot 4; -1 \cdot (-6)) = \overline{(-4; 6)}$; ;
5) $0,5\vec{a} = 0,5(4; -6) = (0,5 \cdot 4; 0,5 \cdot (-6)) = \overline{(2; -3)}$; ;
6) $-10\vec{a} = -10(4; -6) = (-10 \cdot 4; -10 \cdot (-6)) = \overline{(-40; 60)}$.

2) Накресліть вектор $\vec{b}$. Побудуйте вектор:

- 1) $2\vec{b}$; 2) $-\vec{b}$; 3) $\frac{1}{2}\vec{b}$; 4) $-3\vec{b}$; 5) $2,5\vec{b}$; 6) $-1,5\vec{b}$.

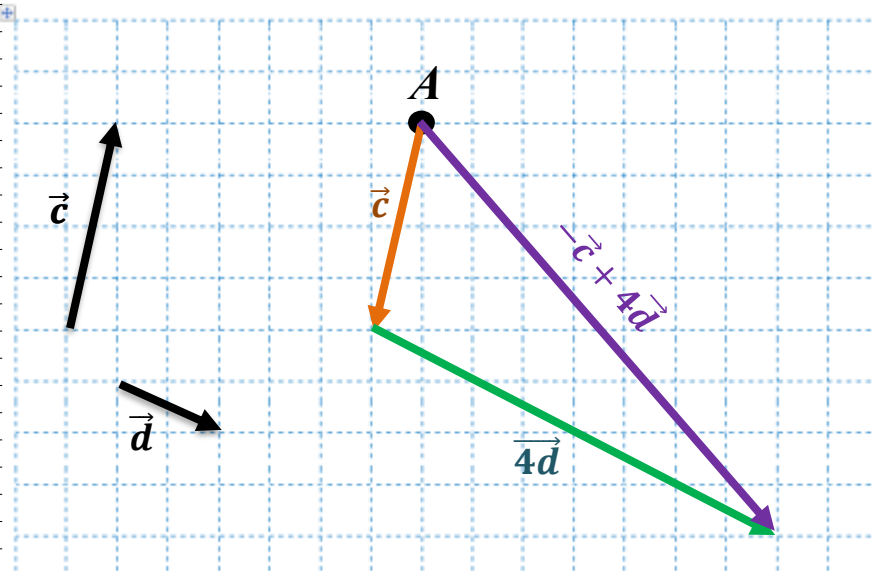
Розв'язок



- 1) $\vec{b} \uparrow \uparrow 2\vec{b}$
2) $\vec{b} \uparrow \downarrow -\vec{b}$ та $|\vec{b}| = |-\vec{b}|$
3) $\vec{b} \uparrow \uparrow \frac{1}{2}\vec{b}$
4) $\vec{b} \uparrow \downarrow -3\vec{b}$
5) $\vec{b} \uparrow \uparrow 2,5\vec{b}$
6) $\vec{b} \uparrow \downarrow -1,5\vec{b}$

3) Побудуйте два неколінеарних вектори $\vec{c}$ і $\vec{d}$. Позначте довільну точку та відкладіть від неї вектор $-\vec{c} + 4\vec{d}$.

Розв'язок



1) Позначимо довільну точку A .

2) Від точки A відкладемо вектор $-\vec{c}$, протилежний до вектора $\vec{c}$ (тобто $|\vec{c}| = |-\vec{c}|$ та $\vec{c} \uparrow \downarrow -\vec{c}$)

3) За правилом трикутника від кінця вектора $-\vec{c}$ відкладемо вектор $4\vec{d}$

4) Відкладемо вектор, з початком в точці A та кінцем в кінці вектора $4\vec{d}$. Це вектор, який дорівнює $-\vec{c} + 4\vec{d}$

4) Знайдіть модуль вектора:

А) $\vec{p} = -4\vec{k}$, де $\vec{k}(-2; 5)$;

Б) $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$, де $\vec{a}(2; 3)$, $\vec{b}(1; -4)$.

Розв'язок

Знайдемо координати шуканих векторів, а потім застосуємо формулу знаходження модуля вектора:

А) $\vec{p} = -4\vec{k}$, де $\vec{k}(-2; 5)$;

$$\vec{p} = -4\vec{k} = 4(-2; 5) = (4 \cdot (-2); 4 \cdot 5) = \overline{(-8; 20)}$$

$$|\vec{p}| = \sqrt{(-8)^2 + 20^2} = \sqrt{64 + 400} = \sqrt{464} = 4\sqrt{29}.$$

Б) $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$, де $\vec{a}(2; 3)$, $\vec{b}(1; -4)$.

$$5\vec{a} = 5(2; 3) = \overline{(10; 15)}$$

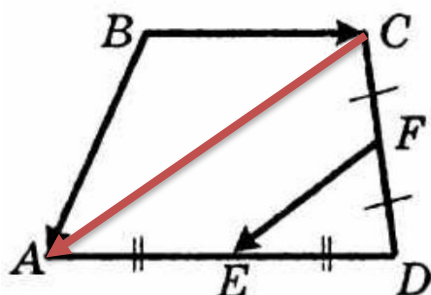
$$3\vec{b} = 3(1; -4) = \overrightarrow{(3; -12)}$$

$$\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b} = \overrightarrow{(10; 15)} - \overrightarrow{(3; -12)} = (10 - 3; 15 + 12) = \overrightarrow{(7; 27)}$$

$$|\vec{m}| = \sqrt{7^2 + 27^2} = \sqrt{49 + 729} = \sqrt{778}.$$

Відповідь: $|\vec{p}| = 4\sqrt{29}$, $|\vec{m}| = \sqrt{778}$

5) Точки F і E – середини сторін CD та AD трапеції ABCD. Виразіть вектор $\overrightarrow{FE}$ через вектори $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ та $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.



Дано: ABCD трапеція

AE = DE та DF = FC

$\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ та $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$

Знайти: $\overrightarrow{FE}$

Розв'язок

Розглянемо вектори $\overrightarrow{BA}$ та $\overrightarrow{BC}$. За правилом трикутника знайдемо їх різницю:

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CA} = \vec{a} - \vec{b}$$

Розглянемо $\triangle ADC$. У ньому за умовою Точки F і E – середини сторін CD та AD. Відповідно FE – середня лінія трикутника. За властивістю середньої лінії маємо: $FE = \frac{1}{2}CA$

Отже $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$

Відповідь: $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$

7) Дано вектори $\vec{a}$ (2; -7), $\vec{b}$ (-2; 5) та $\vec{n}$ (-2; 9). Знайдіть такі числа x і y , що

$$\vec{n} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

Розв'язок

Застосуємо правило множення вектора на число та знайдемо вектори, що дорівнюють $x\vec{a}$ та $y\vec{b}$:

$$x\vec{a} = x(2; -7) = \overrightarrow{(2x; -7x)}$$

$$y\vec{b} = y(-2; 9) = \overrightarrow{(-2y; 9y)}$$

Застосуємо правило додавання векторів за їх координатами

$$x\vec{a} + y\vec{b} = \overrightarrow{(2x; -7x)} + \overrightarrow{(-2y; 9y)} = \overrightarrow{(2x - 2y; -7x + 9y)}$$

Маємо $\overrightarrow{(2x - 2y; -7x + 9y)} = \overrightarrow{(-2; 9)}$.

$$\begin{cases} 2x - 2y = -2, | :2 \\ -7x + 9y = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -1, \\ -7x + 9y = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + y, \\ -7(-1 + y) + 9y = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + y, \\ 7 - 7y + 9y = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + y, \\ 2y = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + y, \\ y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0, \\ y = 1. \end{cases}$$

Відповідь: $x = 0, y = 1$