



РОЗВ'ЯЗКИ ДО ТРЕНУВАЛЬНИХ ВПРАВ

Заняття №3 «Координати вектора»

1) Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо:

А) $A(5; -7), B(3; 1)$

Б) $A(-8; 0), B(0; 8)$

Розв'язок

Відповідно до означення координат вектора маємо:

А) $\overrightarrow{AB} = (3 - 5; 1 + 7) = \overline{(2; 8)}$

Б) $\overrightarrow{AB} = (0 + 8; 8 - 0) = \overline{(8; 8)}$

2) Дано точки $A(4; -2), B(x; 1), C(5; y), K(2; -3)$. Знайдіть x та y , якщо $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CK}$.

Розв'язок

Знайдемо координати векторів $\overrightarrow{AB}$ та $\overrightarrow{CK}$

$$\overrightarrow{AB} = (x - 4; 1 + 2) = \overline{(x - 4; 3)}$$

$$\overrightarrow{CK} = (2 - 5; -3 - y) = \overline{(-3; -3 - y)}$$

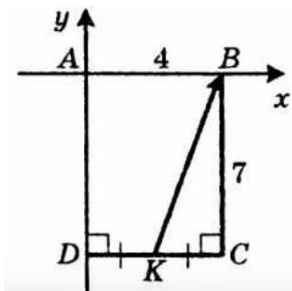
З теореми про рівні вектори випливає рівність відповідних координат. Отже:

$$\begin{cases} x - 4 = -3, \\ -3 - y = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -6. \end{cases}$$

Відповідь: $x = 1; y = -6$.

3) Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{KB}$



Розв'язок

Визначимо координати початку та кінця вектора $\overrightarrow{KB}$.

Точка **B** належить осі **Ox** та має координати (4; 0)

Точка **K** є серединою сторони **DC**. За побудовою **ABCD** – прямокутник, тому точка **K**(2; 7).

Знаходимо координати вектора $\overrightarrow{KB} = (4 - 2; 0 - 7) = \overrightarrow{(2; -7)}$.

Відповідь: $\overrightarrow{KB}(2; -7)$.

- 4) Від точки **B** (-2; 4) відкладено вектор $\overrightarrow{BN}(4; -6)$. Знайдіть координати кінця вектора $\overrightarrow{BN}$.

Розв'язок

Нехай кінець вектора $\overrightarrow{BN}$ має координати $N(x; y)$.

Використаємо означення координат вектора:

$$\overrightarrow{BN}(4; -6)$$

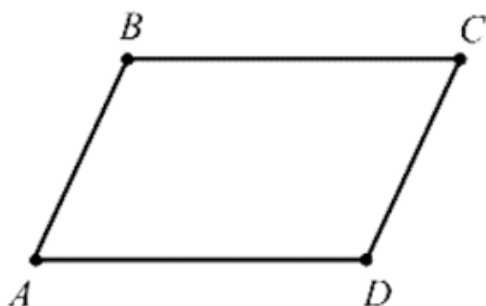
$$\overrightarrow{BN}(x + 2; y - 4)$$

$$\text{Маємо: } \begin{cases} x + 2 = 4, \\ y - 4 = -6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = -2. \end{cases}$$

Відповідь: $N(2; -2)$.

- 5) Знайдіть координати четвертої вершини паралелограма **ABCD**, якщо **B**(3; 1), **C**(5; 0), **D**(2; -3).



Розв'язок

За ознаками паралелограма маємо: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (як протилежні сторони паралелограма, що є паралельними та рівними)

Нехай невідома вершина паралелограма має

координати $A(x; y)$.

Знайдемо координати векторів:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(3 - x; 1 - y)}$$

$$\overrightarrow{DC} = (2 - 5; -3 - 0) = \overrightarrow{(-3; -3)}$$

З рівності векторів : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ випливає рівність відповідних координат.

$$3 - x = -3$$

$$1 - y = -3$$

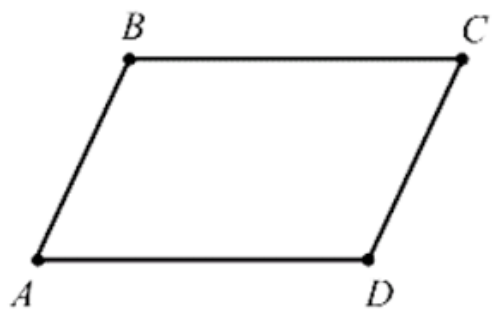
$$x = 6$$

$$y = 4$$

Відповідь: $A(6; 4)$.

6) Доведіть, що чотирикутник $ABCD$ з вершинами в точках $A(3; -7)$, $B(2; 4)$, $C(-5; 1)$, $D(-4; -10)$ є паралелограмом.

Розв'язок



Розглянемо паралелограм, знайдемо координати векторів $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BC}$ та $\overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 3; 4 + 7) = \overrightarrow{(-1; 11)};$$

$$\overrightarrow{DC} = (-5 + 4; 1 + 10) = \overrightarrow{(-1; 11)};$$

$$\overrightarrow{BC} = (-5 - 2; 1 - 4) = \overrightarrow{(-7; -3)};$$

$$\overrightarrow{AD} = (-4 - 3; -10 + 7) = \overrightarrow{(-7; -3)};$$

Отже маємо: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ та $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Тому чотирикутник $ABCD$ – паралелограм.

7) Модуль вектора $\vec{c}(x; y)$ дорівнює $\sqrt{17}$. Координата x цього вектора більша за координату y на 3. Знайдіть координати вектора $\vec{c}$.

Розв'язок

За умовою маємо, $x = y + 3$. Нехай координати вектора $\vec{c}(y + 3; y)$.

Знайдемо модуль вектора $|\vec{c}| = \sqrt{(y + 3)^2 + y^2}$

$$\sqrt{y^2 + 6y + 9 + y^2} = \sqrt{17}$$

$$\sqrt{2y^2 + 6y + 9} = \sqrt{17}$$

$$2y^2 + 6y + 9 = 17$$

$$2y^2 + 6y - 8 = 0 \quad |:2$$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

За теоремою Вієта маємо:

$$y_1 + y_2 = -3$$

$$y_1 \cdot y_2 = -4$$

$$y_1 = -4$$

$$y_2 = 1$$

Отже:

$$x_1 = -4 + 3 = -1$$

$$x_2 = 1 + 3 = 4$$

Маємо вектори: $\vec{c}(-1; -4)$, $\vec{c}(4; 1)$.

Відповідь: $\vec{c}(-1; -4)$, $\vec{c}(4; 1)$.